



I-2

Sinais: classificação propriedades, operações

Comunicações

(9 de Março de 2009)



Sumário

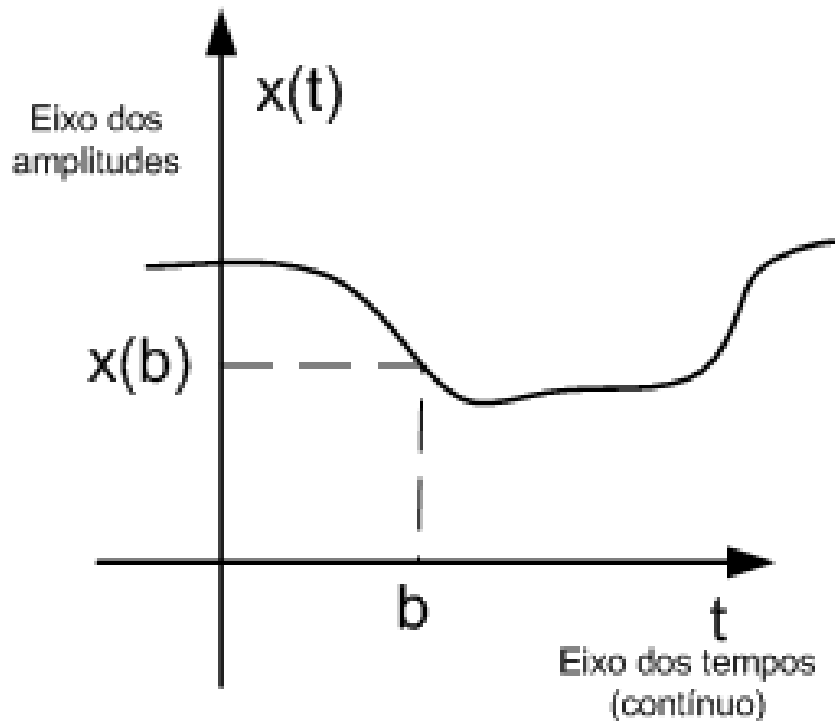
1. Sinais Contínuos e Discretos
2. Sinais não periódicos e periódicos
 1. Pulso rectangular e sinc
 2. A onda quadrada e a sinusóide
3. Energia e Potência
4. Aplicações de Sinais
5. Valor médio (componente DC)
6. Operações sobre sinais
 1. Sistema
 2. Operações sobre a amplitude
 3. Operações sobre o eixo dos tempos
7. Exercícios



1. Sinais Contínuos e Discretos

- Sinal contínuo ou analógico $x(t)$
- É uma função real de variável real

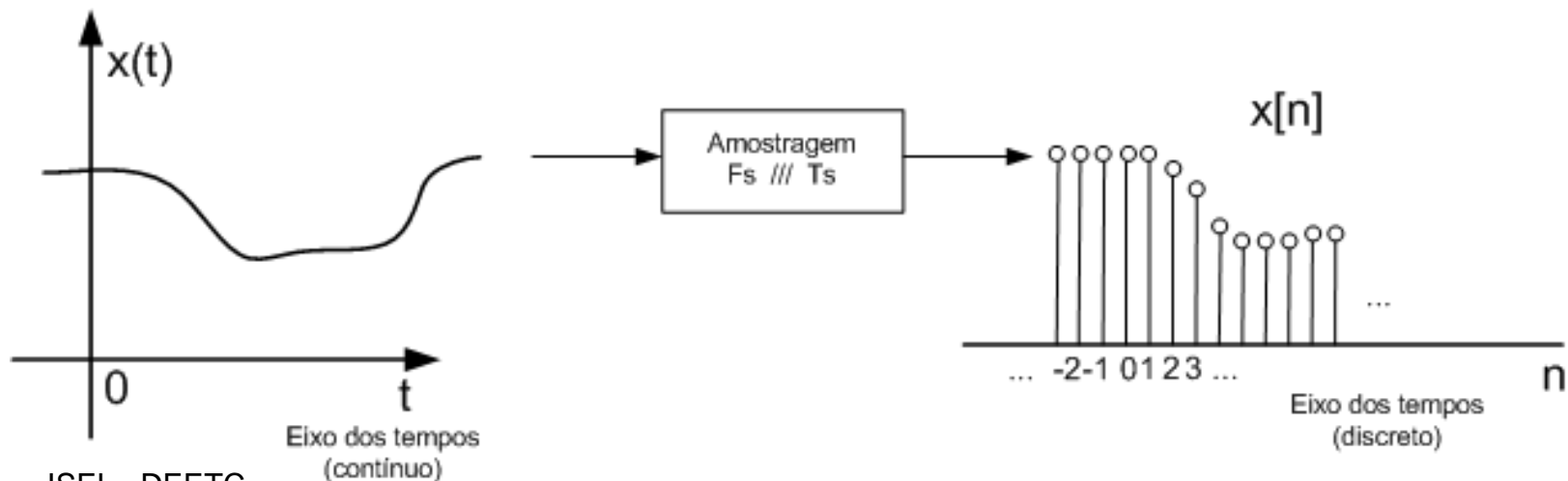
$$x(t): \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$$



- Em termos latos, um sinal é algo que codifica informação
- Em termos físicos, representa uma corrente ou tensão eléctrica
- Utilizados nos processos de comunicação digital

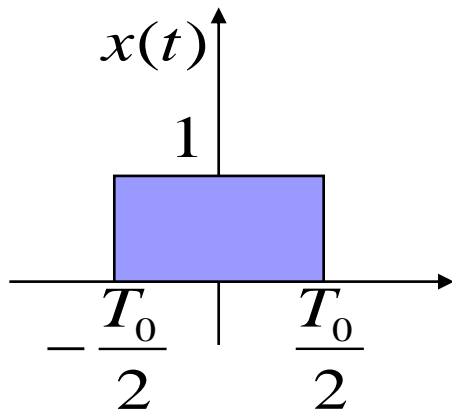
1. Sinais Contínuos e Discretos

- Sinal discreto é uma função real de variável inteira relativa
- O eixo dos tempos é discreto $x[n]: Z_0 \rightarrow \mathcal{R}$
- Os valores de amplitude de $x[n]$ são obtidos por amostragem ao ritmo F_s (*frequency of sampling*), ou seja, a cada T_s (*time of sampling*) é obtida nova amostra
- Amostra $x[1]$ corresponde a $x(T_s)$; amostra $x[2]$ corresponde a $x(2T_s)$...



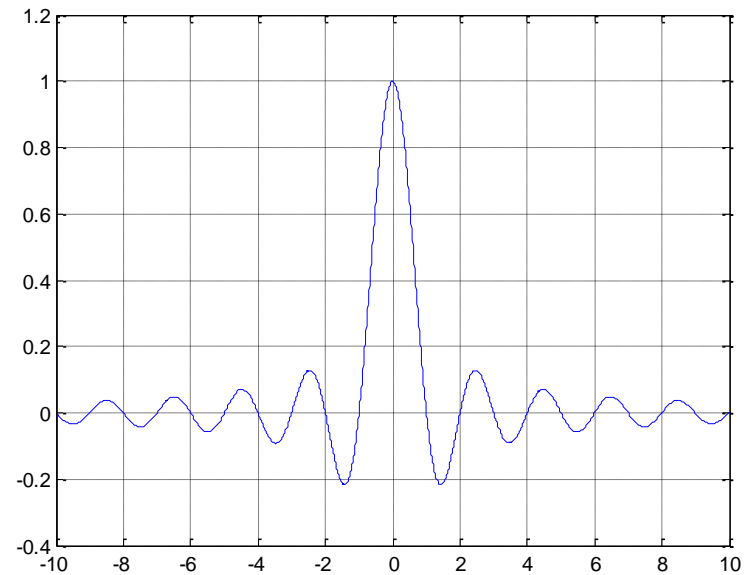
2. Sinais não periódicos e periódicos

- Sinais aperiódicos ou não periódicos
- Não se repetem ao longo do tempo
- Exemplos: Pulso Rectangular



$$x(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_0}\right) = \prod\left(\frac{t}{T_0}\right) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{T_0}{2} \\ 0, & |t| \geq \frac{T_0}{2} \end{cases}$$

Sinc



$$\text{sinc}(t) = \frac{\text{sen}(\pi t)}{\pi t}$$



2. Sinais não periódicos e periódicos

- Sinais periódicos ou estritamente repetitivos
- Repetem-se a cada período fundamental
 - No domínio contínuo ou analógico (período T) temos

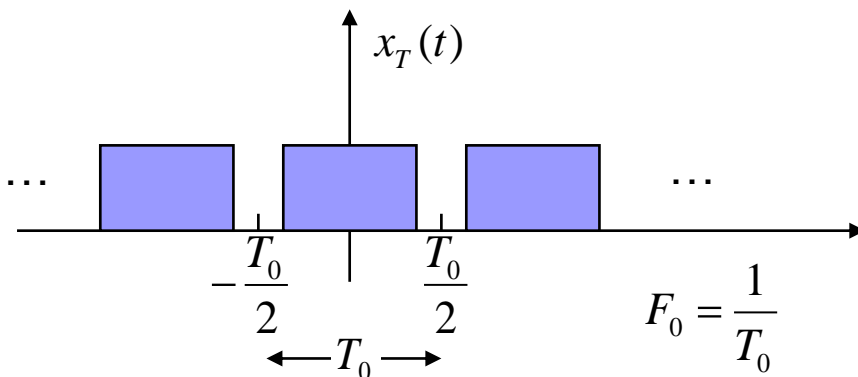
$$x(t) = x(t + kT)$$

- Para o domínio discreto (período N) temos

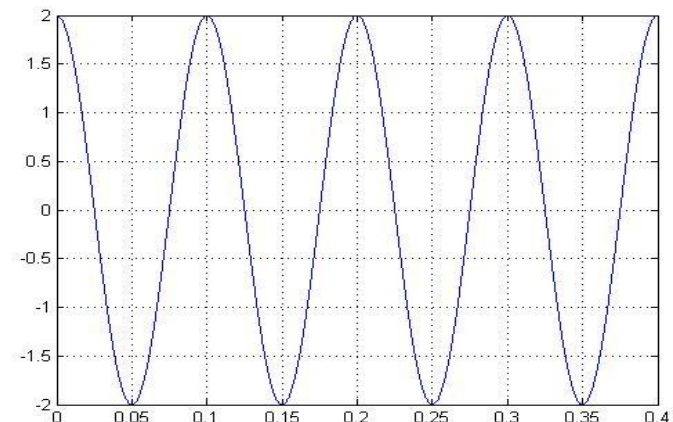
$$x[n] = x[n + kN]$$

k é inteiro relativo.

- Exemplos: Onda Quadrada



Sinusóide



3. Energia e Potência

- A lei de Joule indica a potência instantânea $p(t)$ dissipada numa resistência R , percorrida pela corrente $i(t)$, desencadeada pela tensão $v(t)$

$$p(t) = Ri^2(t) = \frac{v^2(t)}{R}$$

- Considerando $R=1$ (normalização) temos

$$p(t) = i^2(t) = v^2(t)$$

- Dado que sinais representam tensões ou correntes eléctricas, temos assim a definição de potência instantânea para sinais

$$p(t) = x^2(t)$$



3. Energia e Potência

- A energia define-se como o somatório de todas as potências instantâneas
 - No domínio contínuo ou analógico temos

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt$$

- Para sinais discretos temos

$$E_x = \sum_{-\infty}^{-\infty} p[n] = \sum_{-\infty}^{-\infty} x^2[n]$$

- Verifica-se que

$$0 < E < \infty$$



3. Energia e Potência

- A potência para sinais periódicos é dada pela energia média num período
 - No domínio contínuo ou analógico (período T) temos

$$Px = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_T x^2(t) dt$$

- Para sinais discretos (período N amostras) temos

$$Px = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2[n] = \frac{1}{N} \sum_N x^2[n]$$

- Um sinal periódico tem energia infinita e potência finita

$$0 < P < \infty$$



3. Sinais de energia e potência

- Se o sinal tem **energia finita** e não nula diz-se **sinal de energia**.
(O pulso rectangular, por exemplo)

$$0 < E < \infty$$

- Se o sinal tem **potência finita** e não nula diz-se **sinal de potência**.
(A sinusóide e a onda quadrada, por exemplo)

$$0 < P < \infty$$



3. Sinais de energia e de potência

- **Sinal de energia:** pulso rectangular $x_1(t) = A \pi \left(\frac{t}{T}\right)$

$$E = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} A^2 dt = A^2 T$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_1^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E = 0$$

- **Sinal de potência:** sinusóide $x_2(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \phi)$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} A^2 \cos^2(2\pi f_0 t + \phi) dt = \infty$$

$$P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} A^2 \cos^2(2\pi f_0 t + \phi) dt = \frac{A^2}{2T} \frac{2T}{2} = \frac{A^2}{2}$$



3. Sinais de energia e de potência

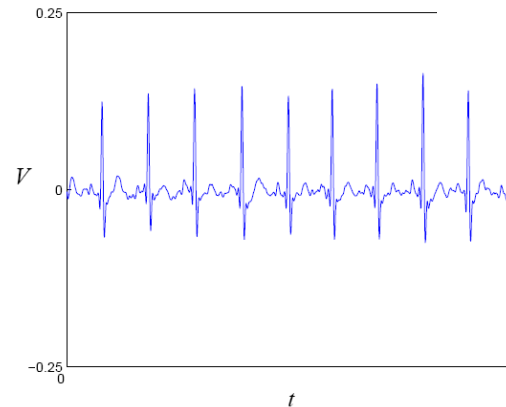
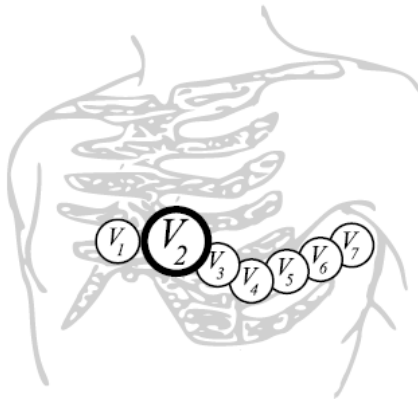
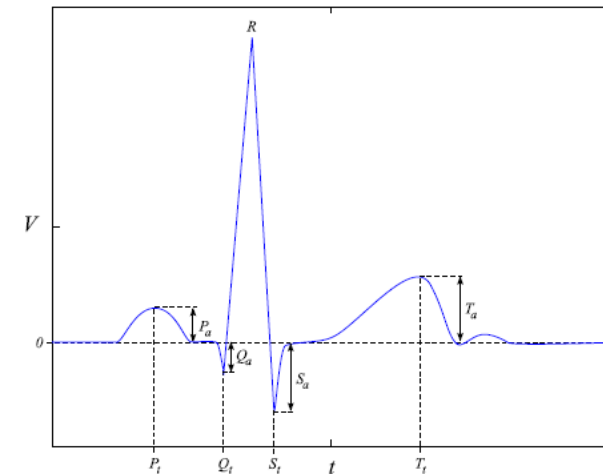
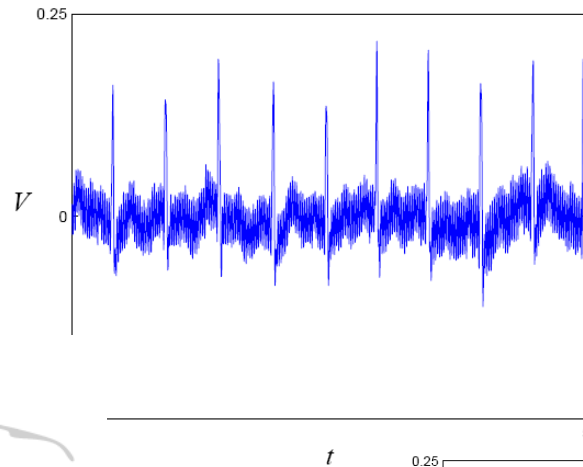
- Sinais **não periódicos** caracterizados pela **energia**
 - Energia finita
 - Potência nula

- Sinais **periódicos** caracterizados pela **potência**
 - Energia infinita
 - Potência finita



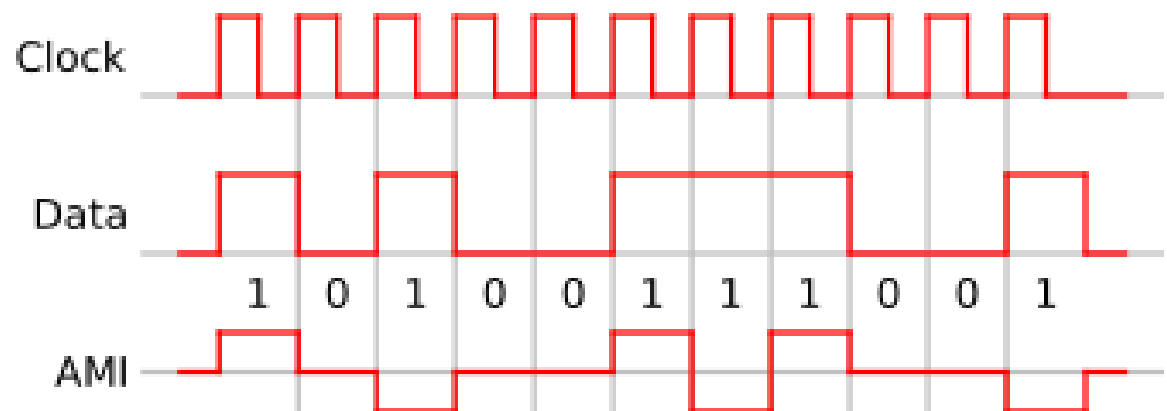
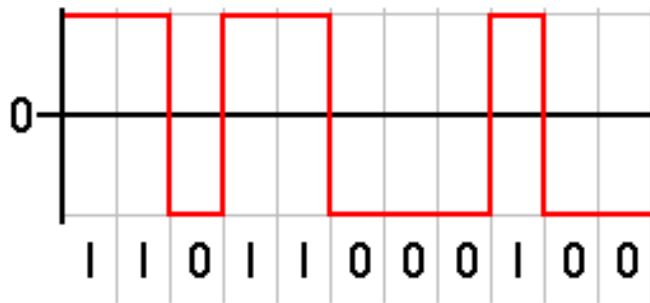
4. Aplicações

■ Sinais biométricos



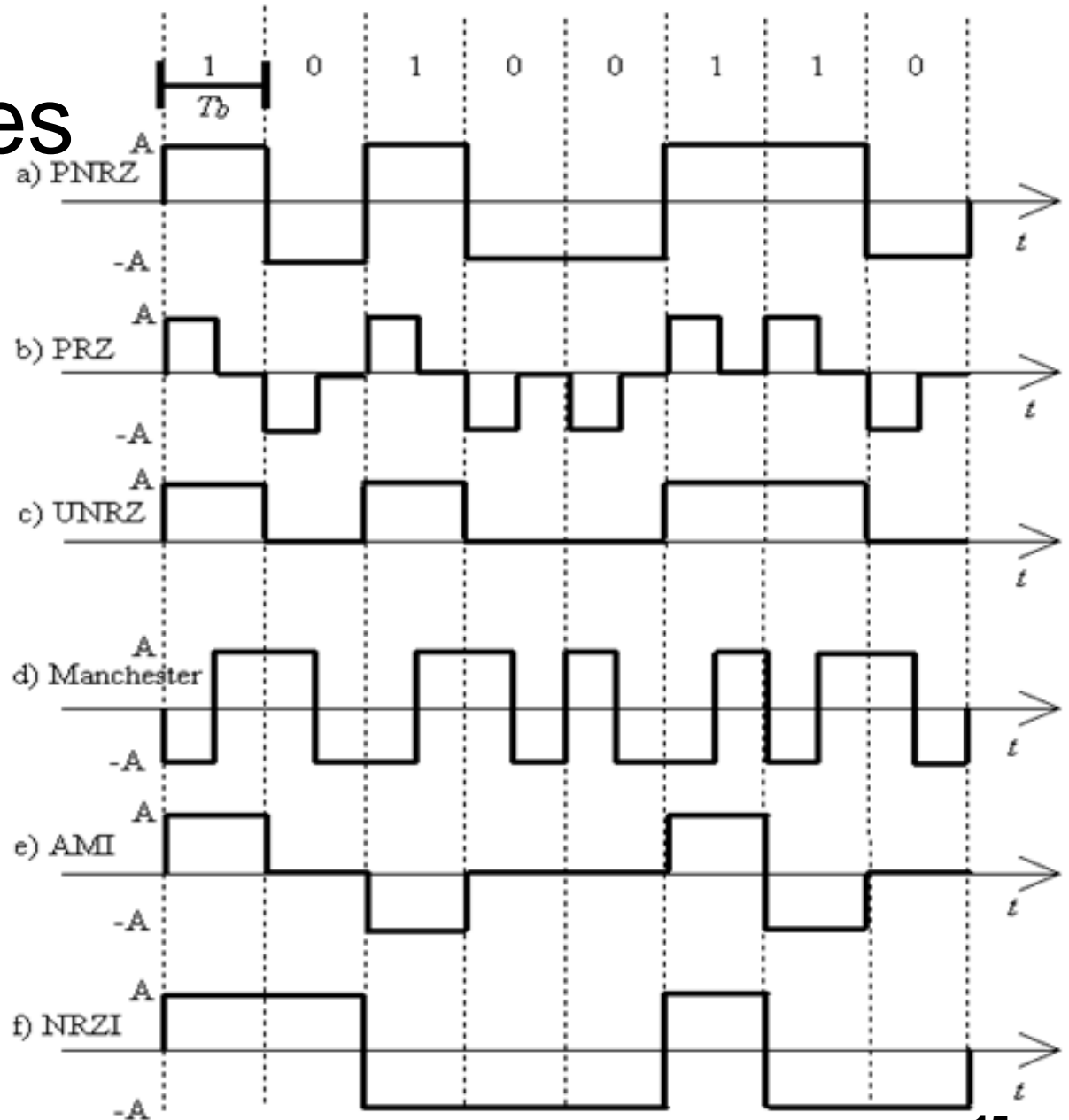
4. Aplicações

- Códigos de linha, usam “ondas quadradas”



4. Aplicações

■ “Ondas Quadradas”



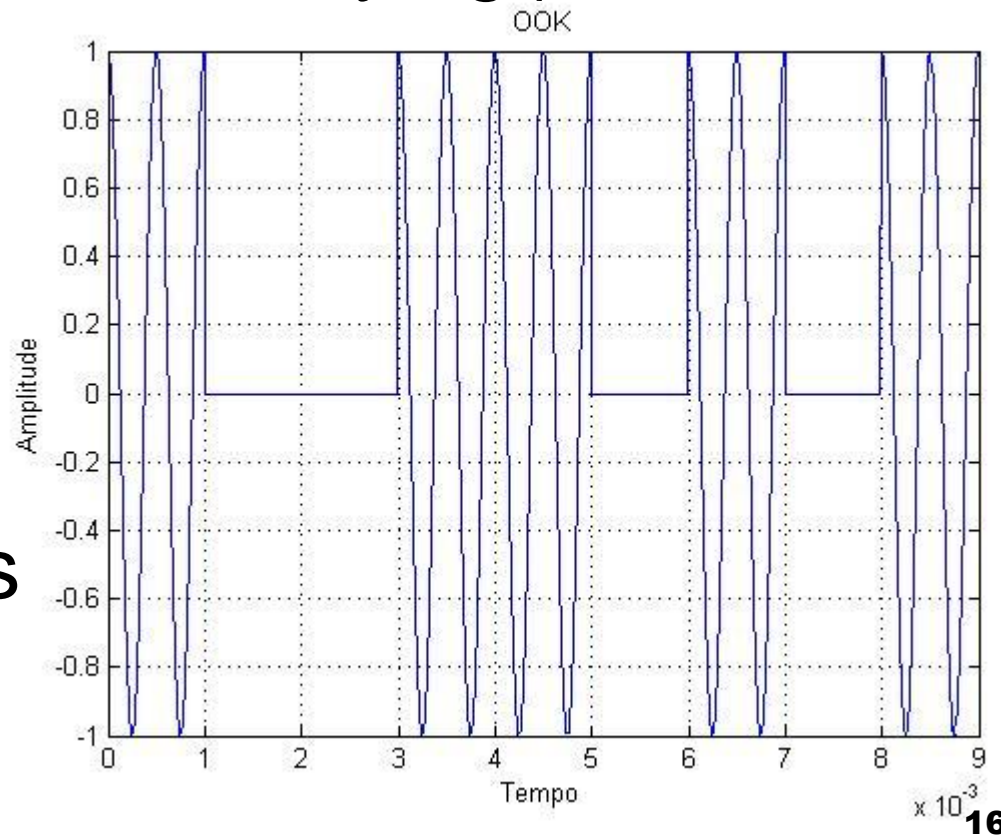
4. Aplicações

- OOK – On-Off Keying (caso particular de ASK – Amplitude Shift Keying)

- Sequência

[1 0 0 1 1 0 1 0 1]

Tempo de bit 1 ms



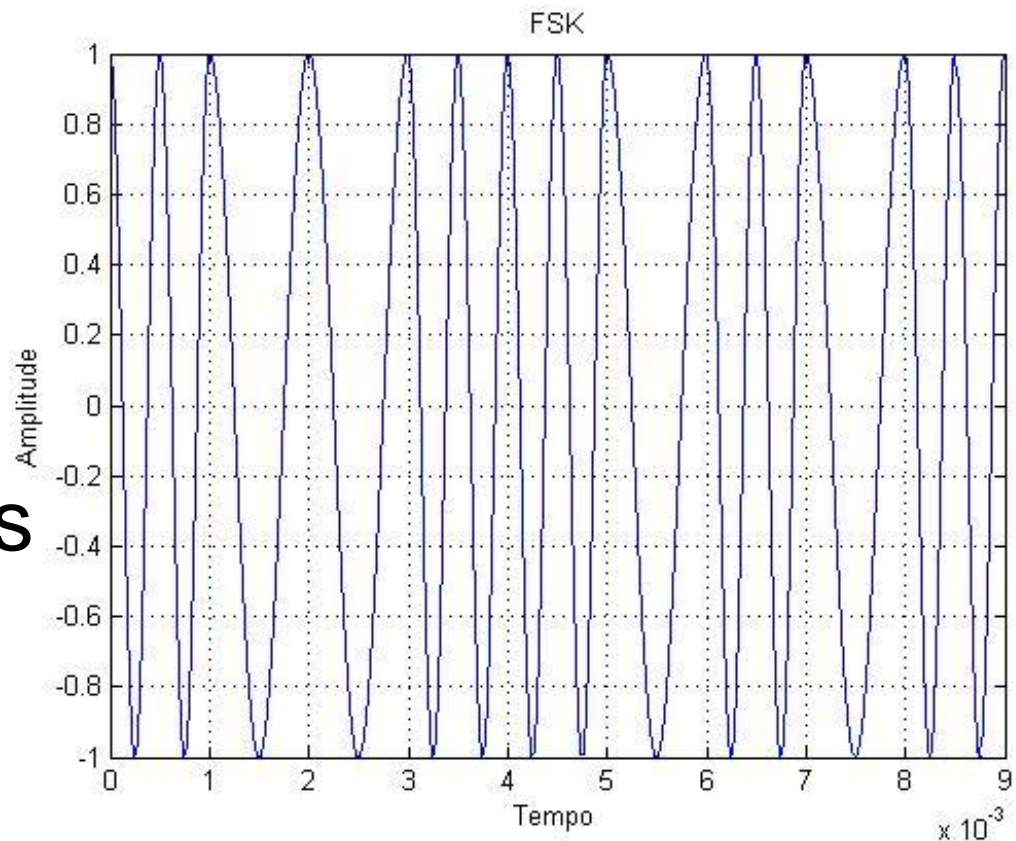
4. Aplicações

- FSK - Frequency-Shift Keying

- Sequência

[1 0 0 1 1 0 1 0 1]

Tempo de bit 1 ms



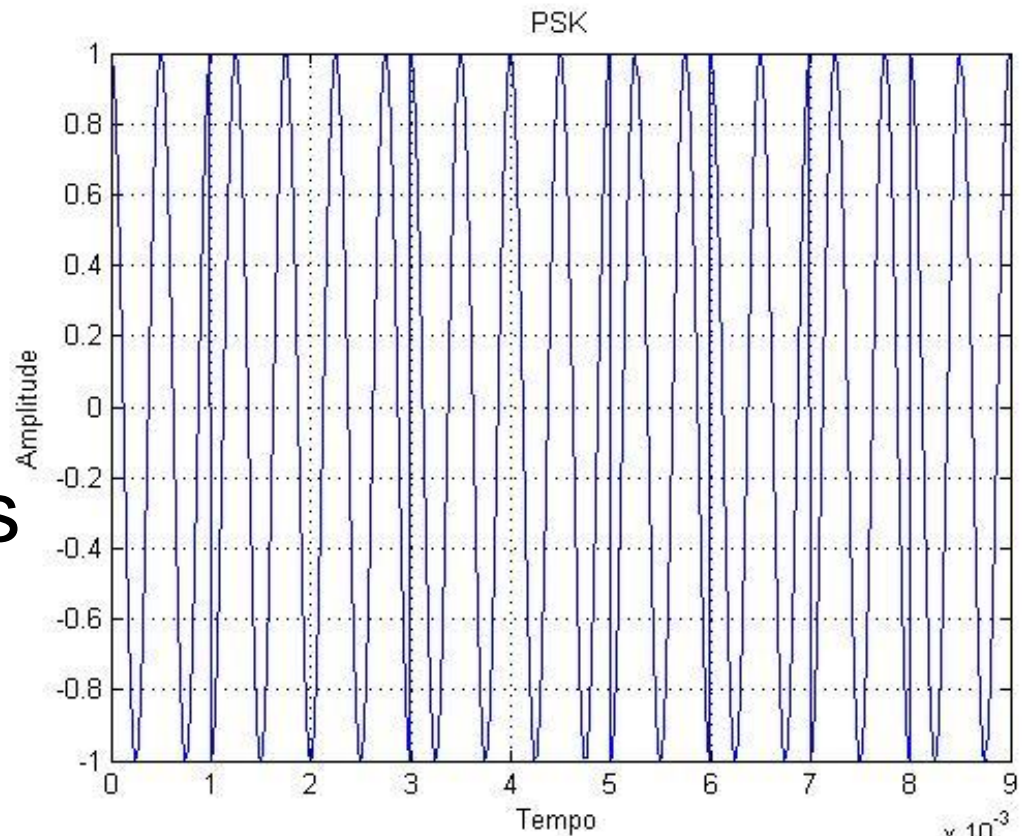
4. Aplicações

- PSK – Phase Shift Keying

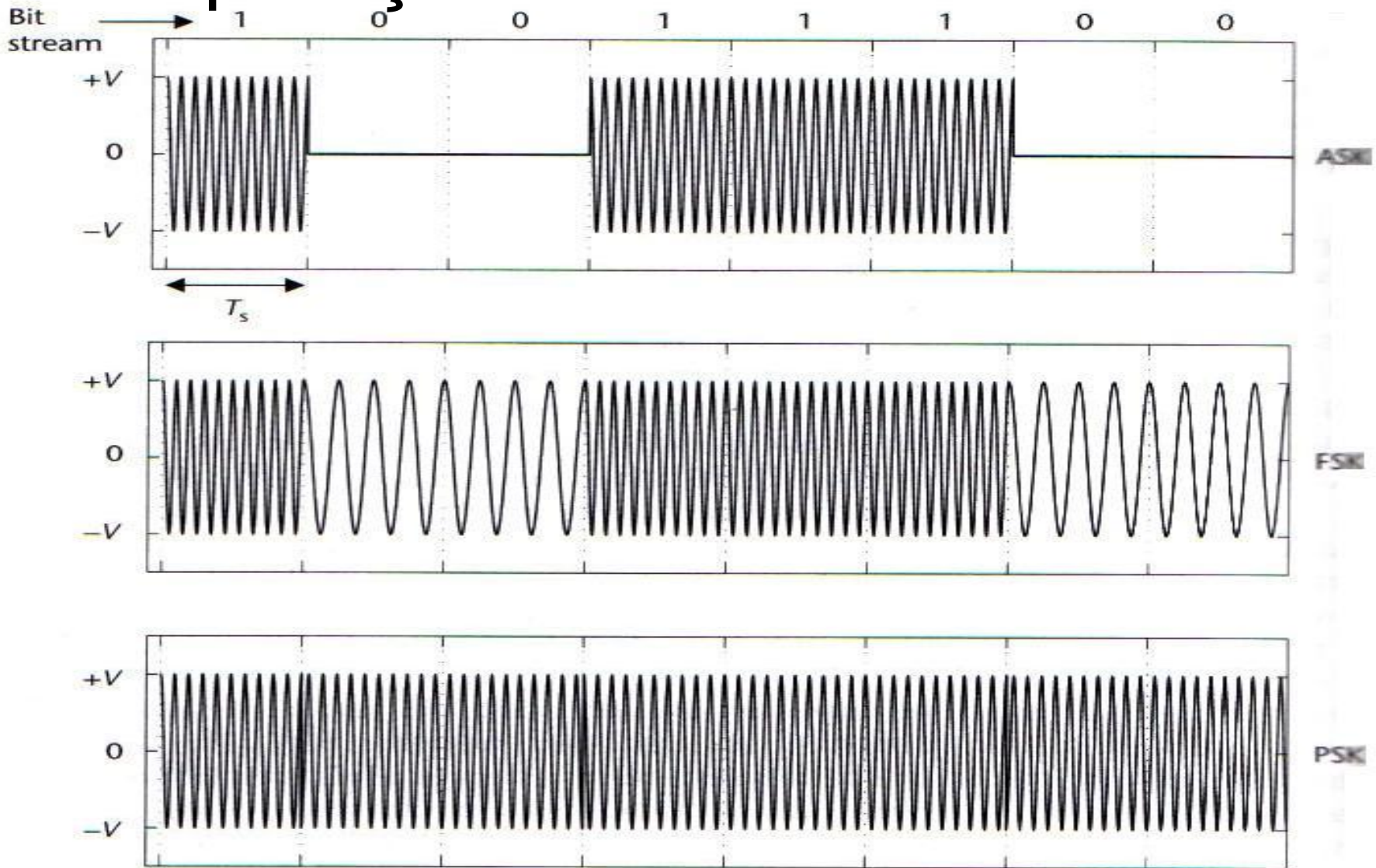
- Sequência

[1 0 0 1 1 0 1 0 1]

Tempo de bit 1 ms

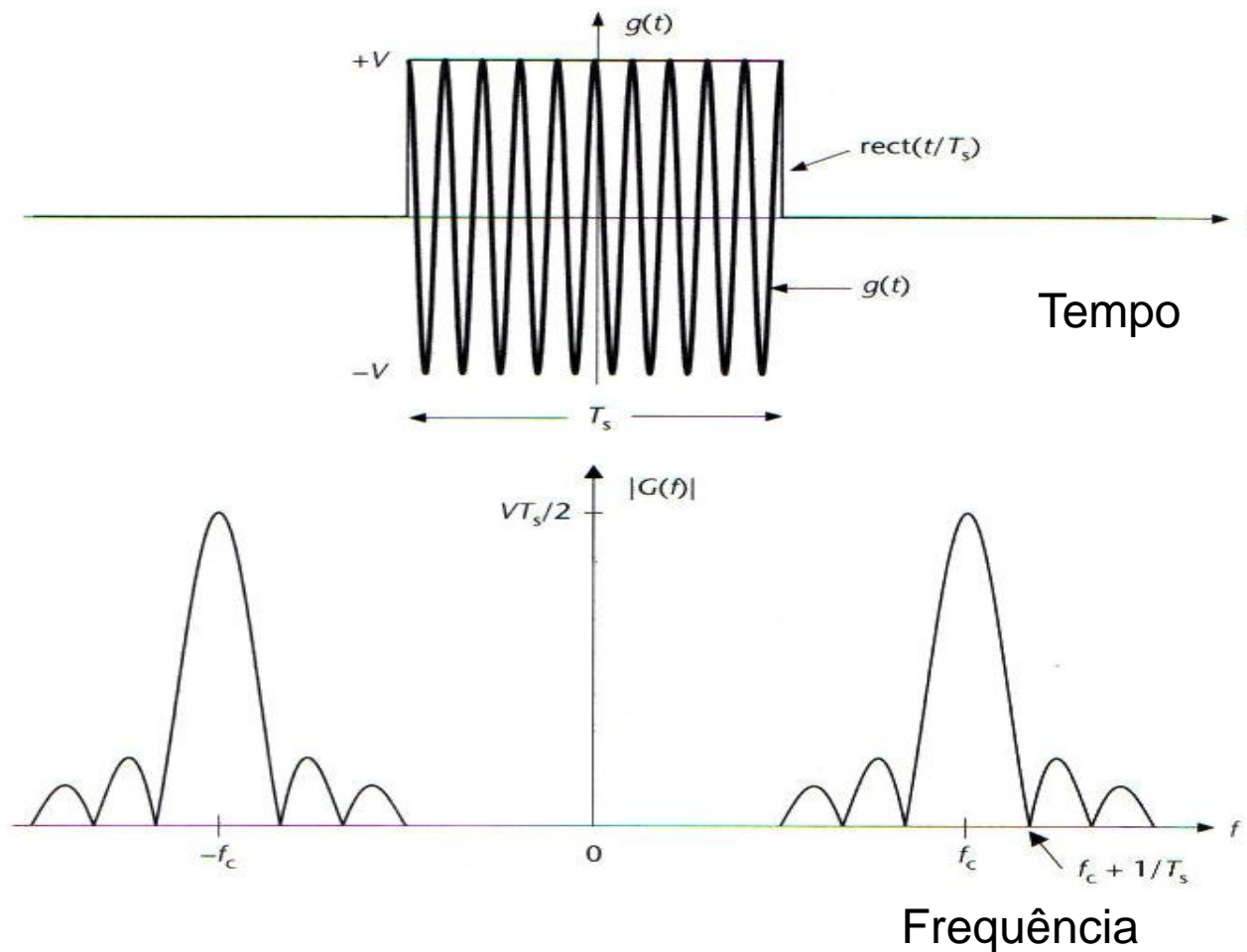


4. Aplicações: uso de sinusóide



4. Aplicações

- O Pulso Sinusoidal - resulta do produto de uma sinusóide por um pulso rectangular



Energia de símbolo

$$E = \frac{V^2}{2} T_s$$



5. Valor médio (componente DC)

- Valor médio ou componente DC-Direct Current ou DC-offset
- Para um sinal periódico de período T (ou N) corresponde ao valor médio da amplitude num período completo
 - No domínio contínuo ou analógico (período T) temos

$$m_x = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt$$

- Para sinais discretos (período N amostras) temos

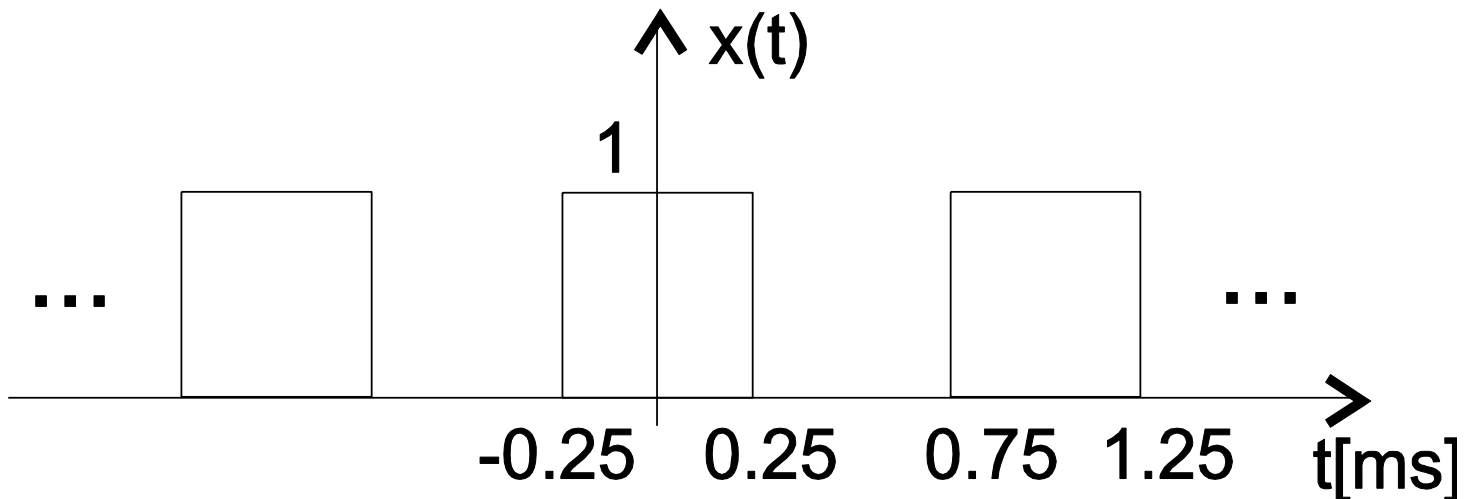
$$m_x = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] = \frac{1}{N} \sum_N x[n]$$



5. Valor médio

Exercício

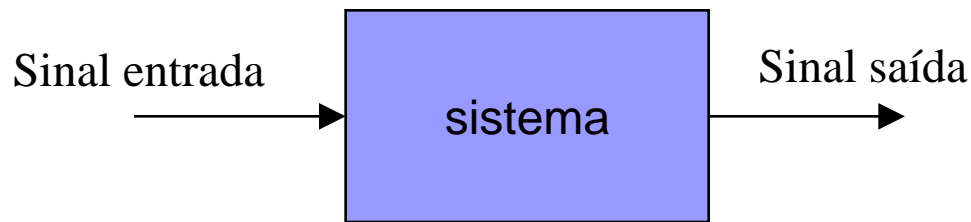
Considere a onda quadrada $x(t)$ apresentada na figura



- Indique o período fundamental do sinal
- Calcule a energia, potência e valor médio do sinal

6. Operações

- Define-se **sistema** como um objecto que manipula um ou mais sinais para realizar certa função, produzindo um novo sinal



- diz-se **contínuo** ou **discreto** conforme o tipo de sinais que manipula.
- São exemplos:
 - sistema de identificação por fala
 - sistema de comunicação
 - meio de transmissão



6. Operações

- Sobre a variável dependente (**amplitude**)

- Amplificação ou atenuação
- Adição
- Multiplicação

- Sobre a variável independente (**tempo**)

- Escalamento no tempo
 - compressão e expansão
 - caso particular da reflexão
- Deslocamento no tempo
- Reflexão

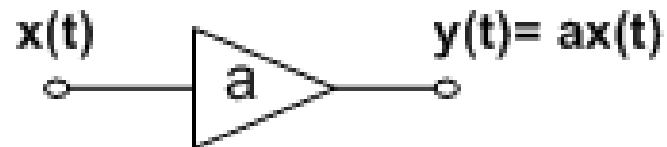
IMPORTANTE: regra de precedência do deslocamento sobre o escalamento



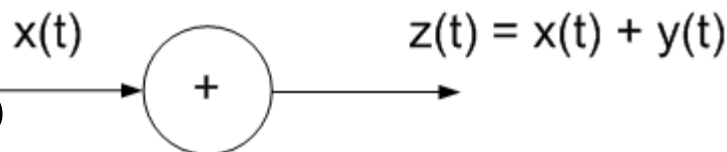
6. Operações

■ Sobre a variável dependente (**amplitude**)

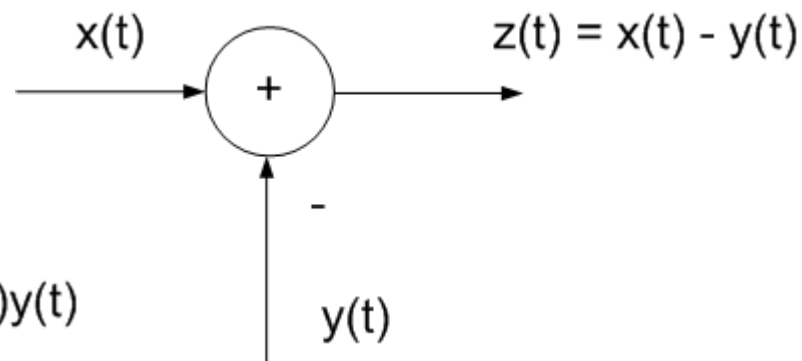
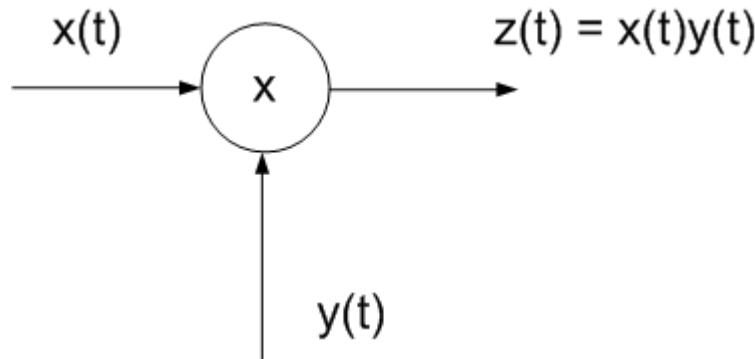
- Amplificação ou atenuação



- Adição (subtração)



- Multiplicação



6. Operações

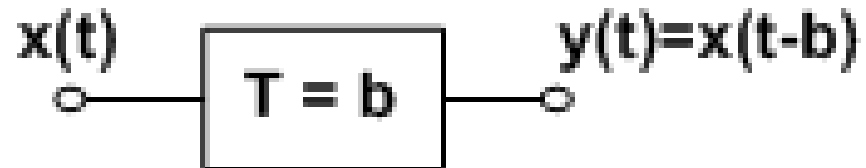
- Sobre a variável independente (**eixo dos tempos**)

- Escalamento $y(t) = x(at)$

- $|a| > 1$, compressão no tempo
 - $|a| < 1$, expansão no tempo

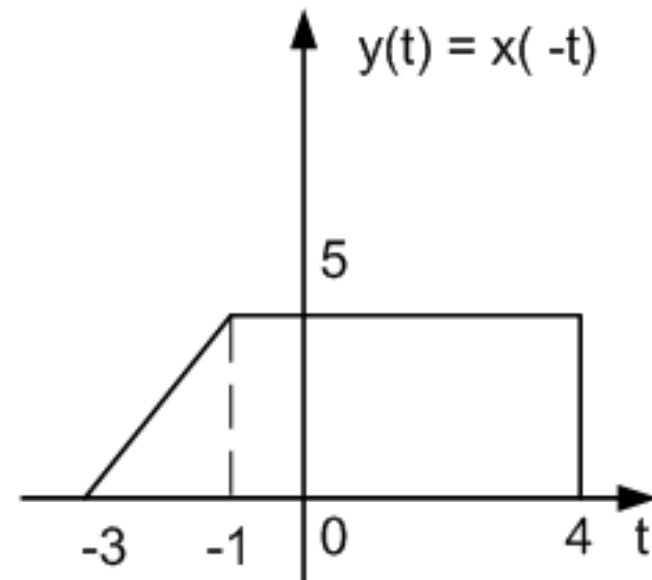
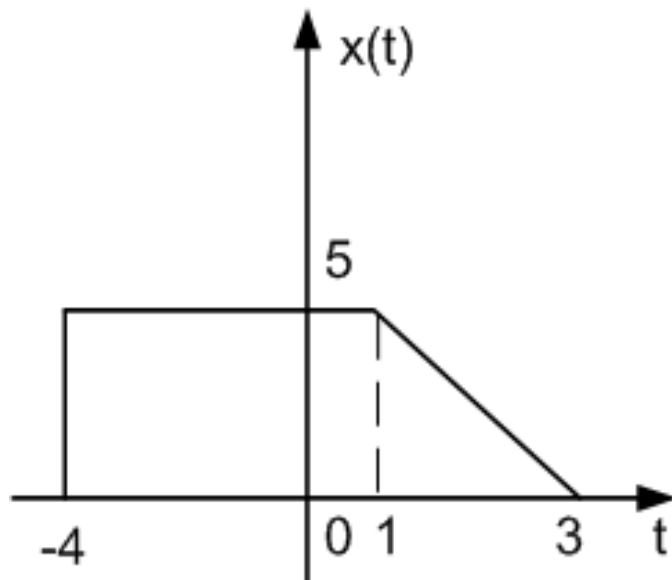
- Deslocamento $y(t) = x(t-b)$

- $b > 0$, atraso temporal
 - $b < 0$, avanço temporal



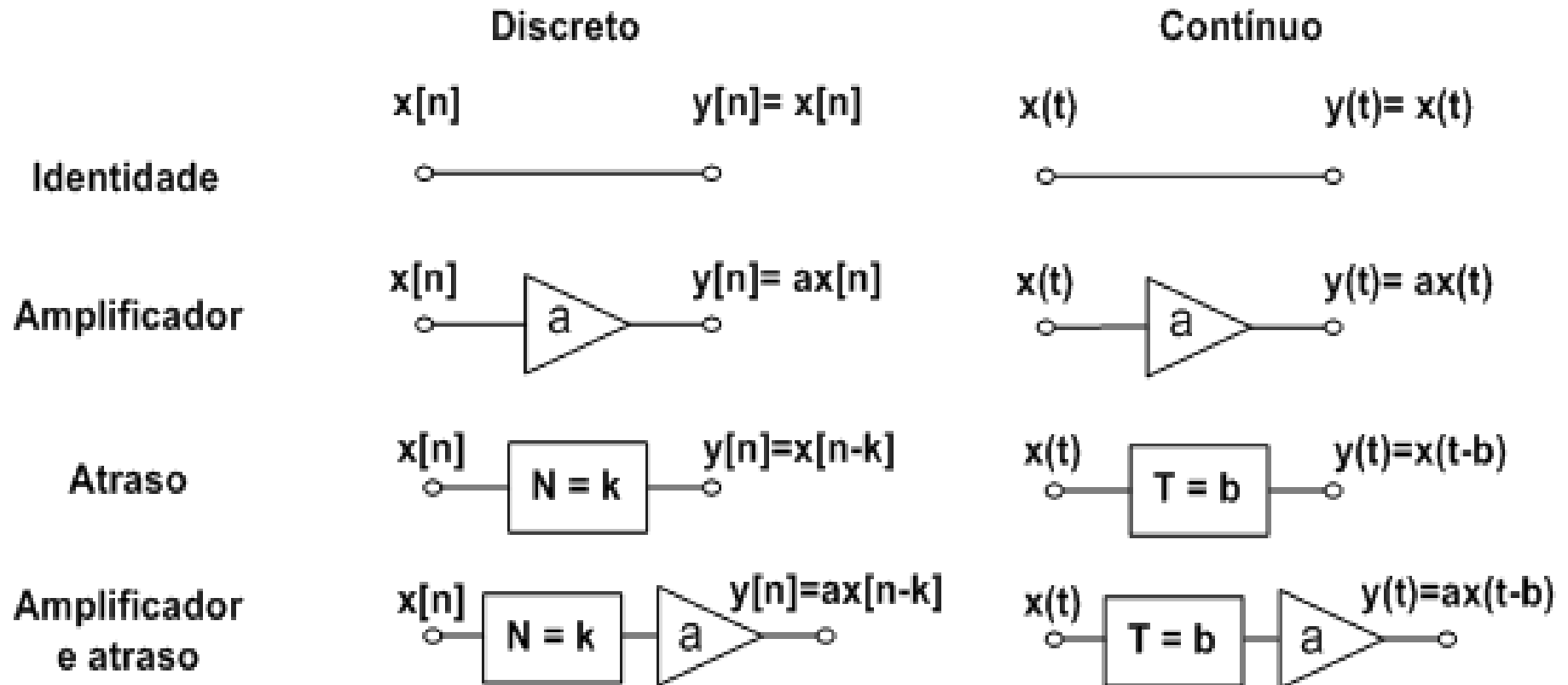
6. Operações

- Sobre a variável independente (**eixo dos tempos**)
 - Reflexão $y(t) = x(-t)$
 - É um caso particular do escalamento com $a = -1$

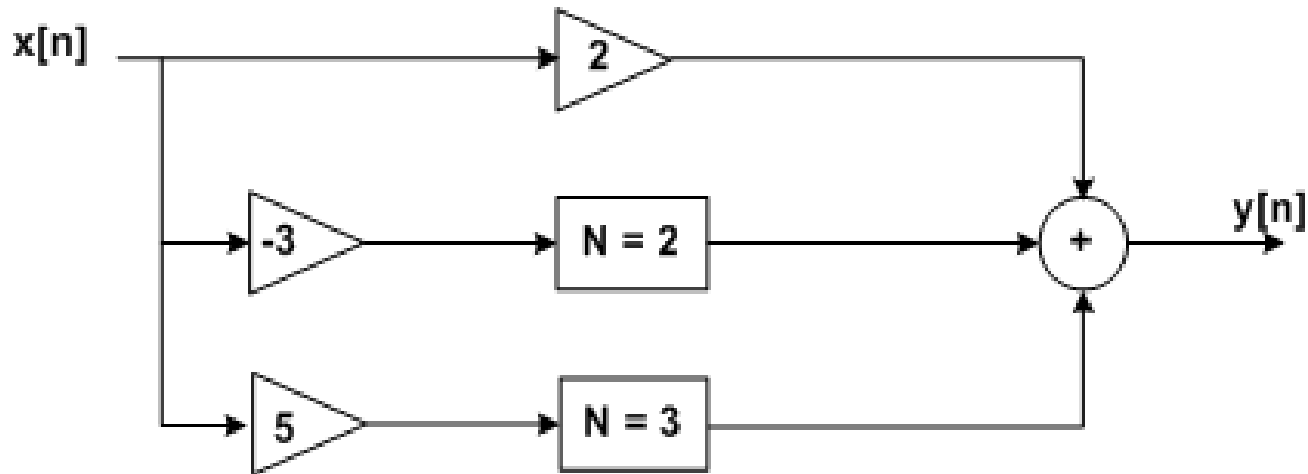


6. Operações

Diagramas de blocos de sistemas comuns



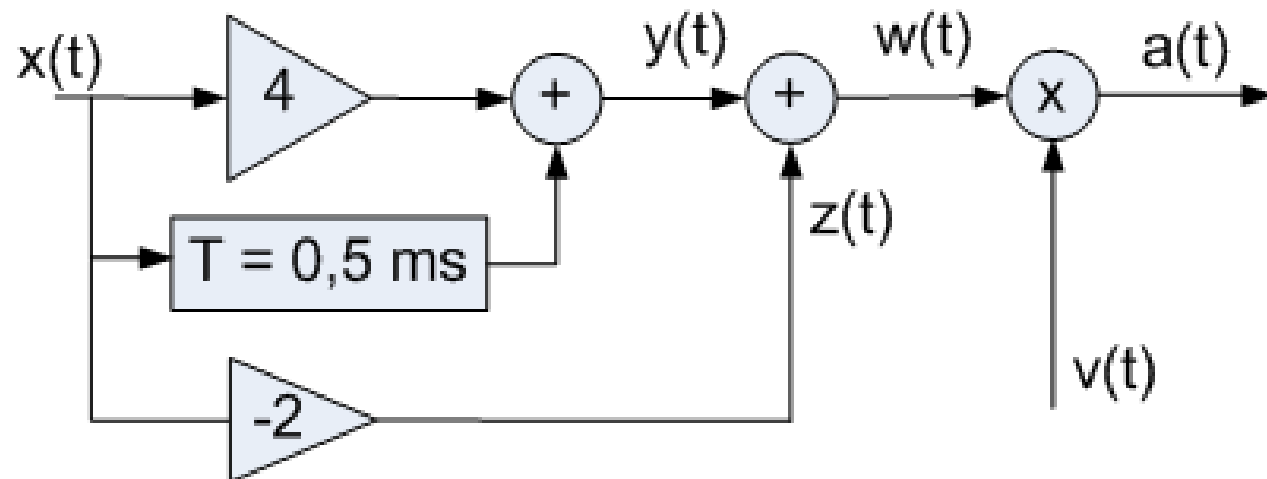
7. Exercício



Qual a expressão que relaciona $y[n]$ com $x[n]$?



7. Exercício



- Exprima $y(t)$ em função de $x(t)$
- Exprima $w(t)$ em função $x(t)$
- Sabendo que $x(t)=2 + 2\cos(2\pi 2000t)$ e $v(t)=3\cos(2\pi 2000t)$, calcule a expressão de $a(t)$

7. Exercício

$$\text{Sejam } x(t) = 3\Pi\left(\frac{t-10}{5}\right)$$

$$y(t) = x(t) + 2x(-t) \text{ e}$$

$$z(t) = x(t) - x(-t).$$

a) Esboce os sinais

b) Calcule as respectivas energias E_x , E_y e E_z



7. Exercício

Seja $z(t)=ax(t)+by(t)$, em que $x(t)$ e $y(t)$ são sinais de energia.

- Considere $a=b=1$ e obtenha a expressão de E_z função de E_x e E_y
- Qual a relação entre $x(t)$ e $y(t)$ para que $E_z = E_x + E_y$?
- Atribuindo valores genéricos aos ganhos “a” e “b”, apresente a expressão genérica de E_z função de E_x e E_y

