II-5
Análise de ruído e capacidade de canal

Comunicações

(16 Dezembro de 2008)

Sumário

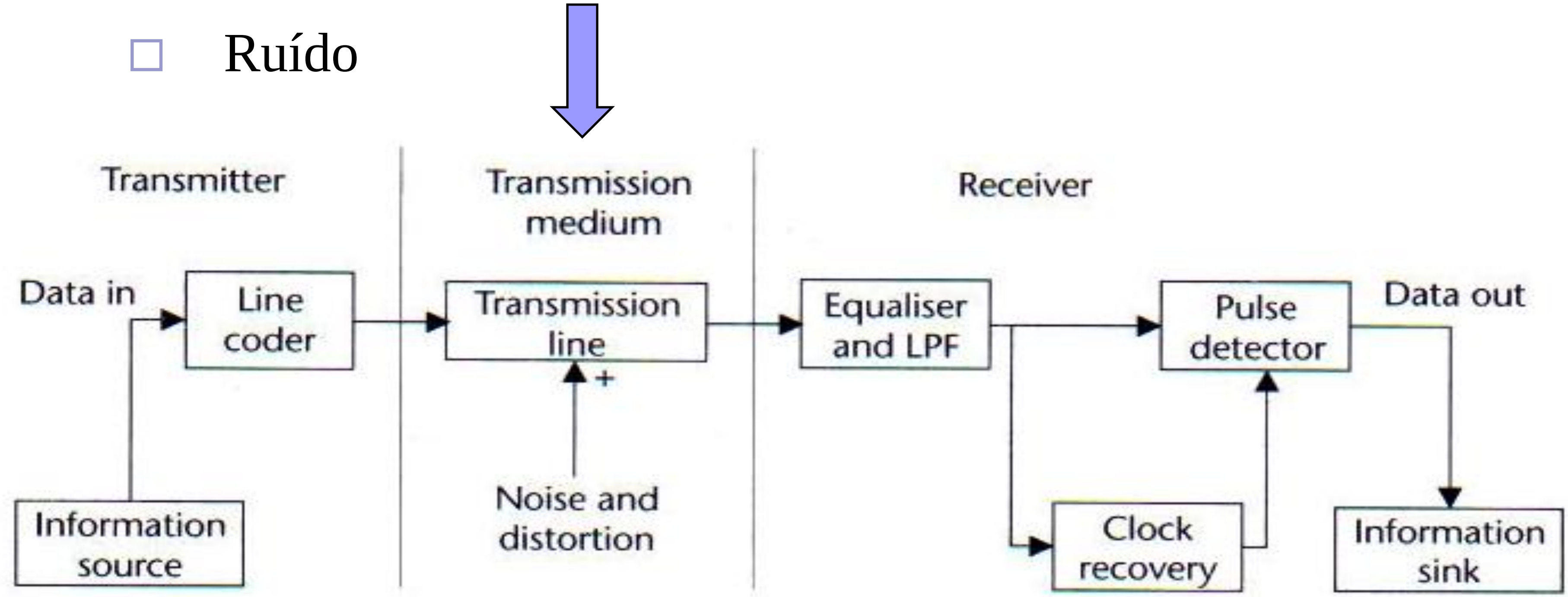
1. Causa dos erros na transmissão
    1. Modelo AWGN
    2. Modelo BSC
    3. Relação sinal ruído

2. Curvas de BER

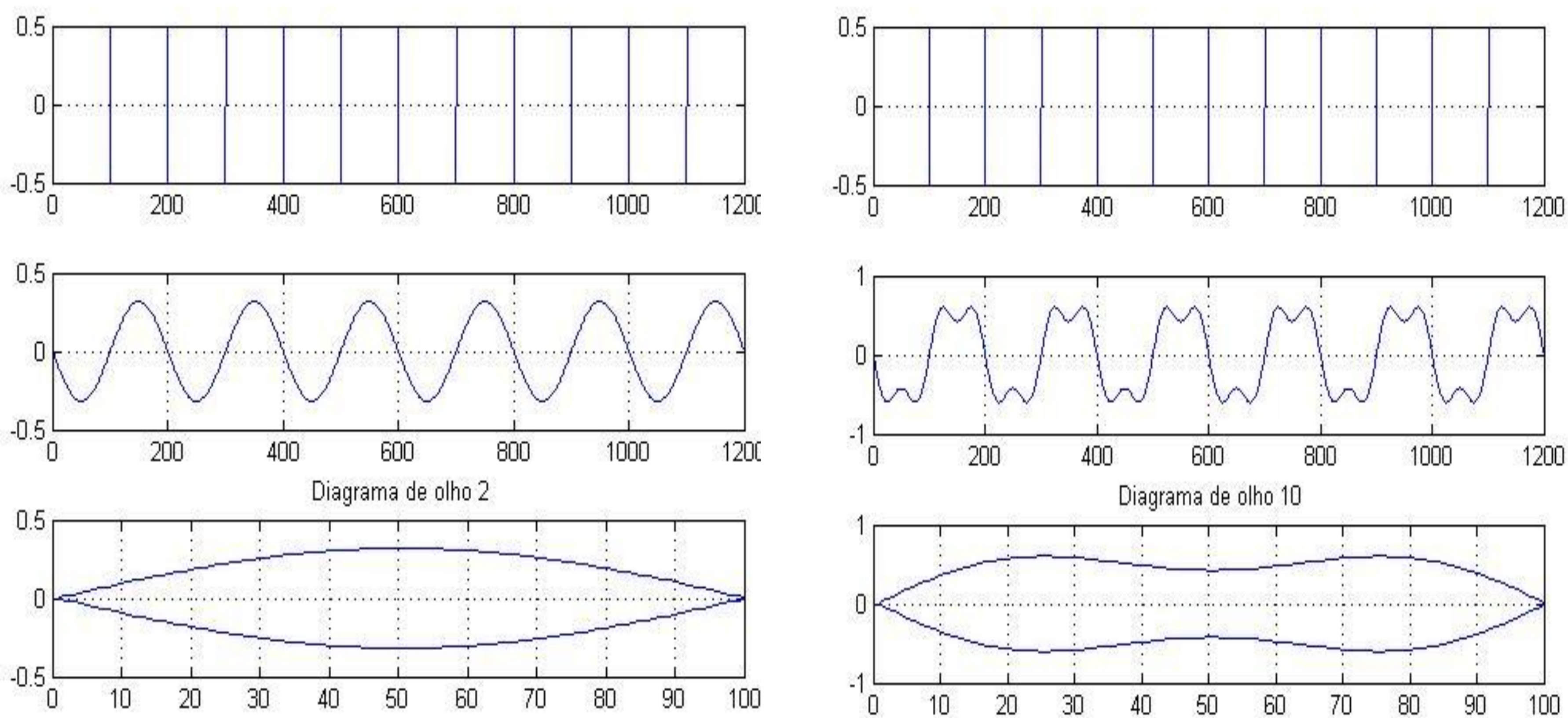
3. Capacidade de canal
    1. Lei de Hartley-Shannon

Modelo de canal físico

- Erros causados pelas perturbações no meio de transmissão
  - Atenuação, distorção e filtragem do sinal transmitido
  - Interferência Intersimbólica
  - Ruído

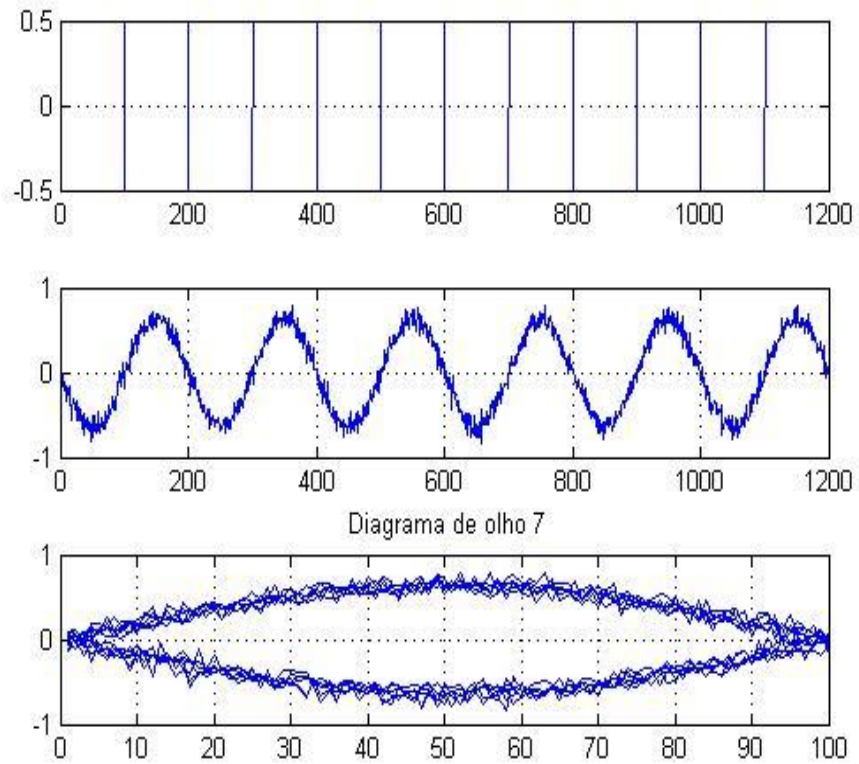


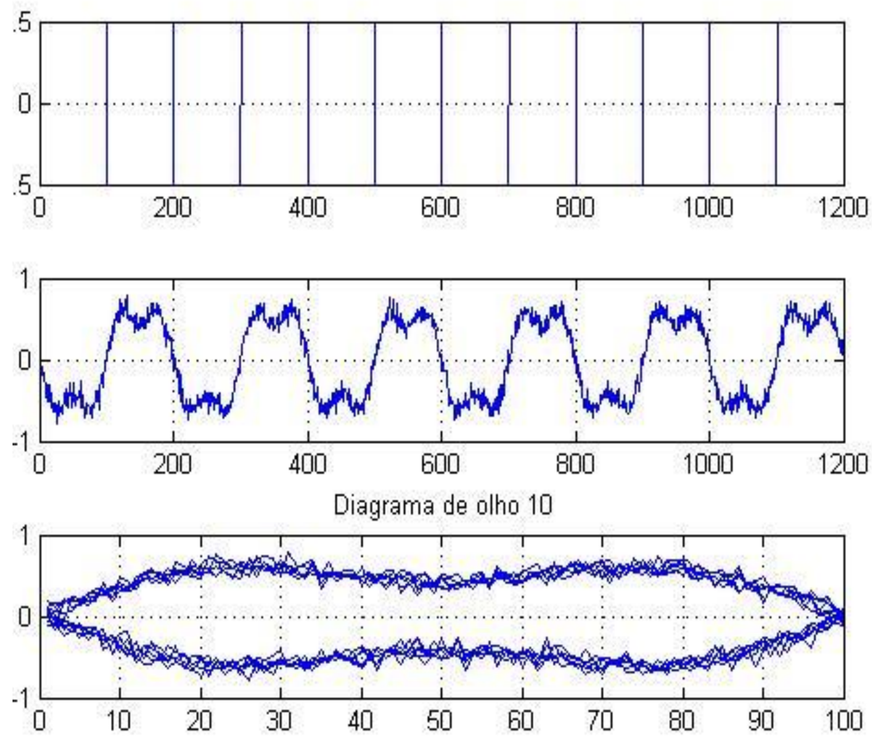
Presença de ISI



Ausência de ruído

Presença de ISI com ruído

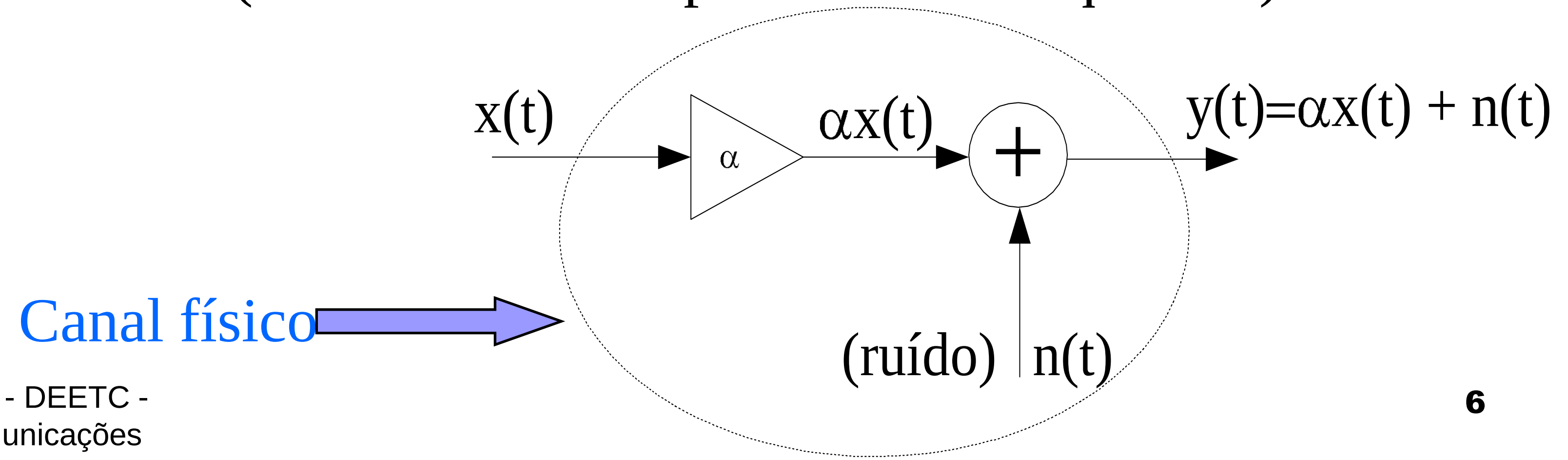




Com ruído

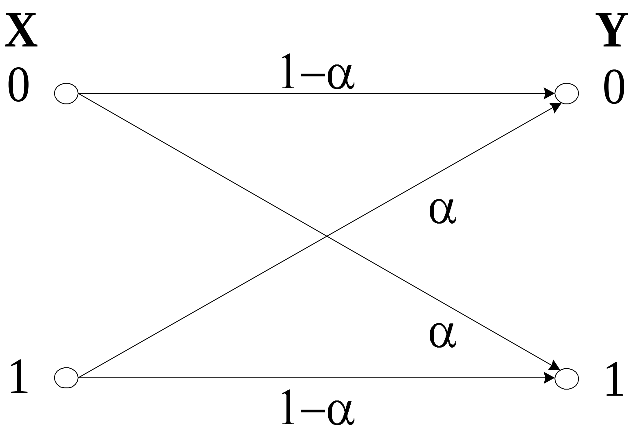
Modelo de canal físico

- A correcção e/ou detecção de erros é necessária vido aos erros introduzidos no canal de transmissão ou de armazenamento
- O modelo AWGN (Aditive White Gaussian Noise) é realista em muitos cenários
  - Ruído aditivo (soma-se ao sinal informação)
  - Gaussiano (a distribuição de amplitudes é gaussiana)
  - Branco (tem todas as componentes de frequência)



Modelo de canal discreto

- O canal é analisado através de modelo discreto usando variáveis aleatórias (v.a.)
- Modelo BSC - *binary symmetric channel*



Probabilidade de erro de bit

$$\begin{aligned} P_e &= P(y_0, x_1) + P(y_1, x_0) \\ &= P(y_0|x_1)P(x_1) + P(y_1|x_0)P(x_0) \\ &= \alpha P(x_1) + \alpha P(x_0) \\ &= \alpha \end{aligned}$$

A probabilidade de erro define o **BER (*Bit Error Rate*)** do canal. É a taxa de erros por bit.

Teorema da codificação de canal

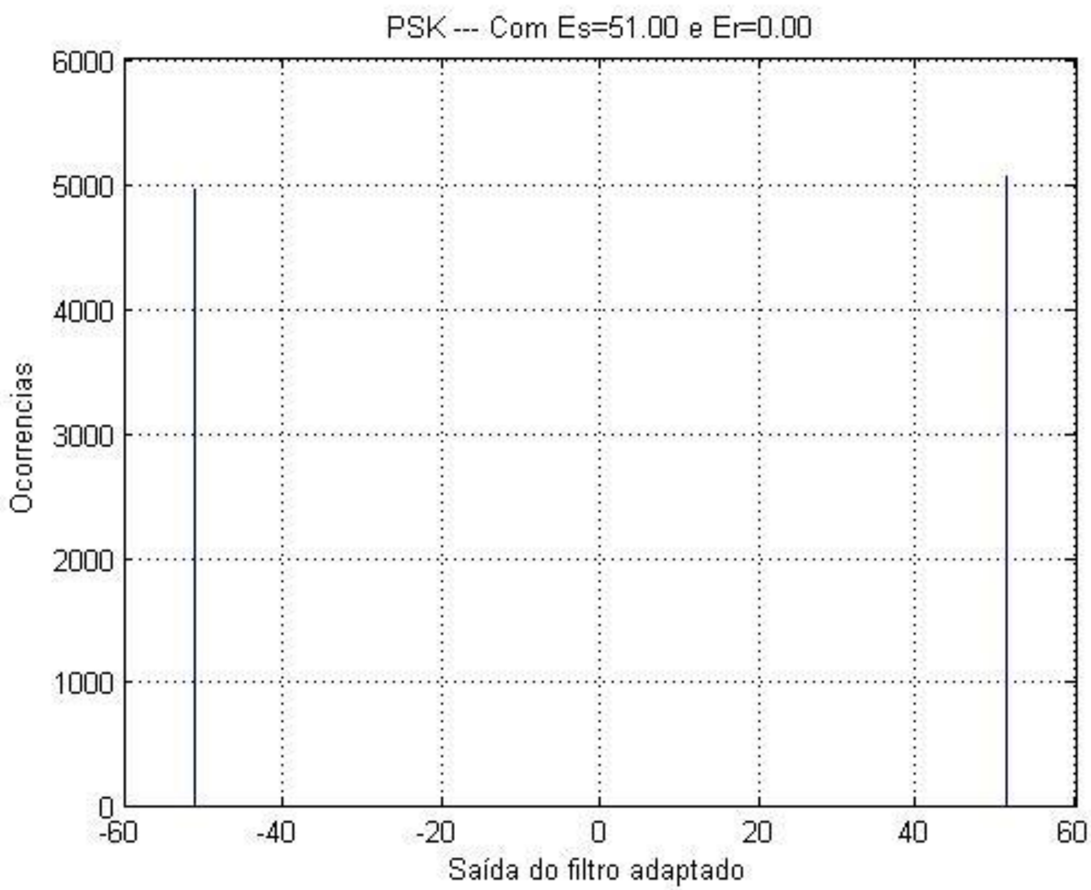
- A probabilidade de erro no canal determina a capacidade C de transferência de informação

- Teorema da codificação de canal

> Dada a capacidade C do canal, existe uma técnica de codificação tal que a informação pode ser transmitida no canal a um ritmo $R \leq C$, com probabilidade de erro arbitrariamente pequena. Se $R > C$, não é possível transmitir sem erros.

Análise do efeito do ruído

- Histograma dos valores à saída do filtro adaptado para PSK binário
- Energia de bit é Es=51; Energia de ruído é nula

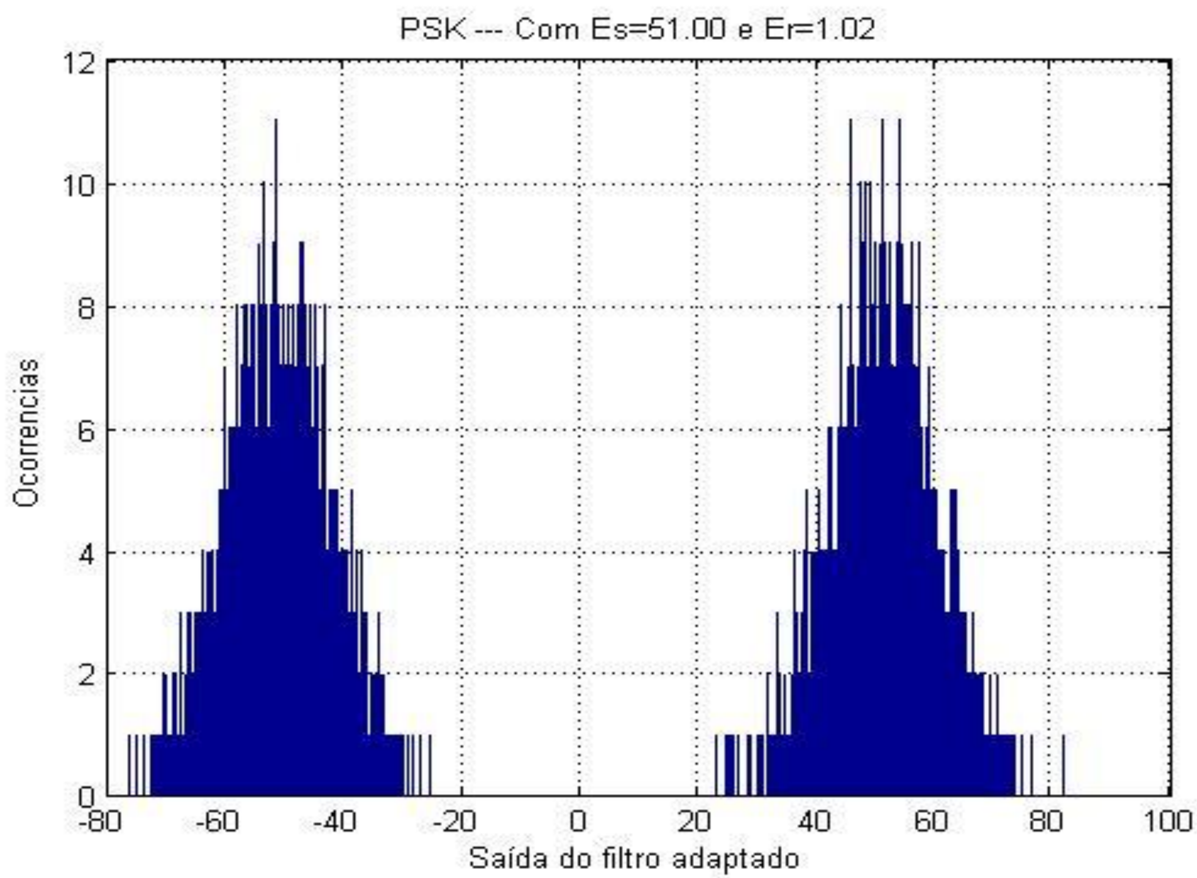


Ausência de ruído

Situação Ideal

Análise do efeito do ruído

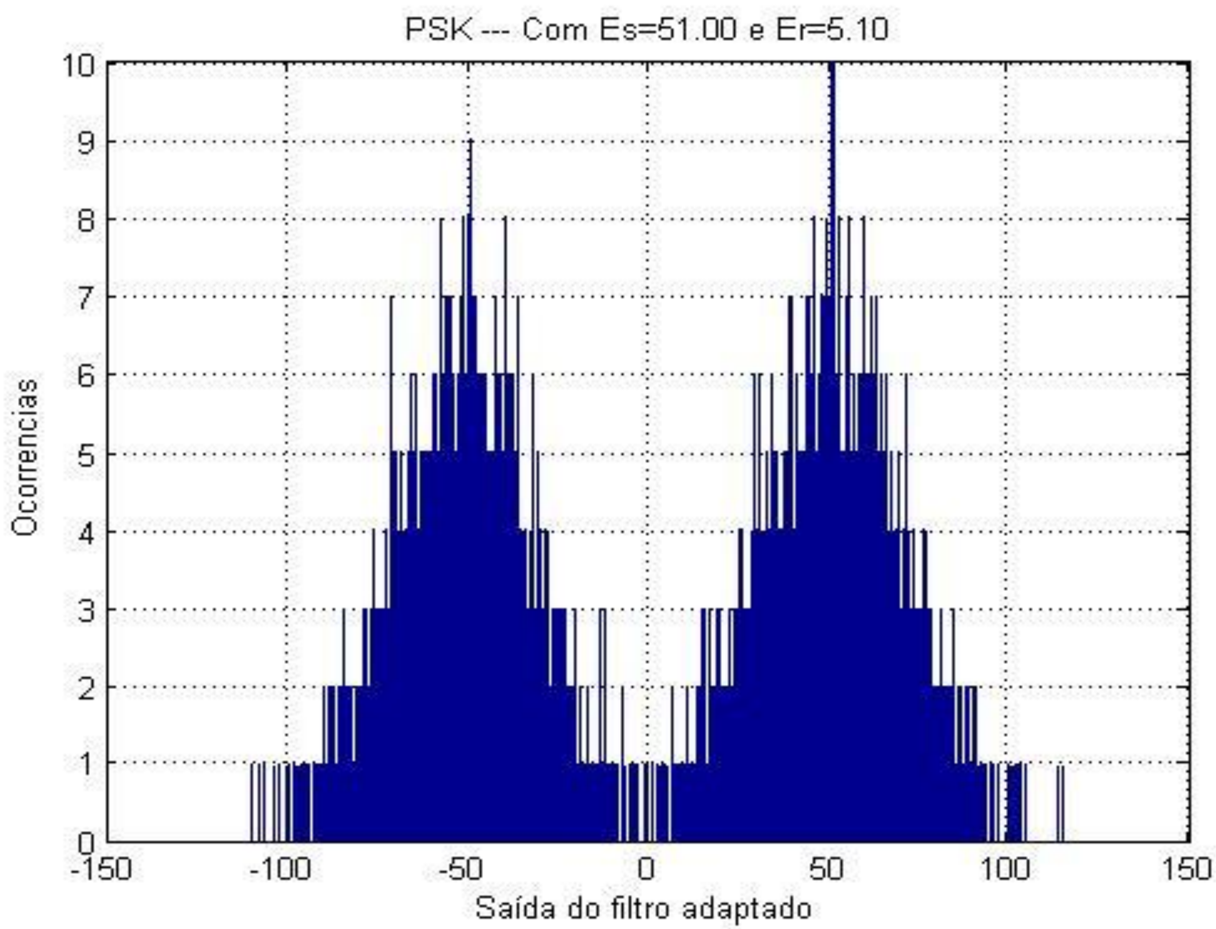
- Histograma dos valores à saída do filtro adaptado para PSK binário
- Energia de bit é Es=51; Energia de ruído é Er=1.02



Ausência
de Erros

Análise do efeito do ruído

- Histograma dos valores à saída do filtro adaptado para PSK binário
- Energia de bit é Es=51; Energia de ruído é Er=5.10



Existem Erros ?

Análise do efeito do ruído

- Nas saídas do banco de correladores observa-se mais uma parcela devida ao ruído

$$r(t) = g_i(t) + w(t)$$

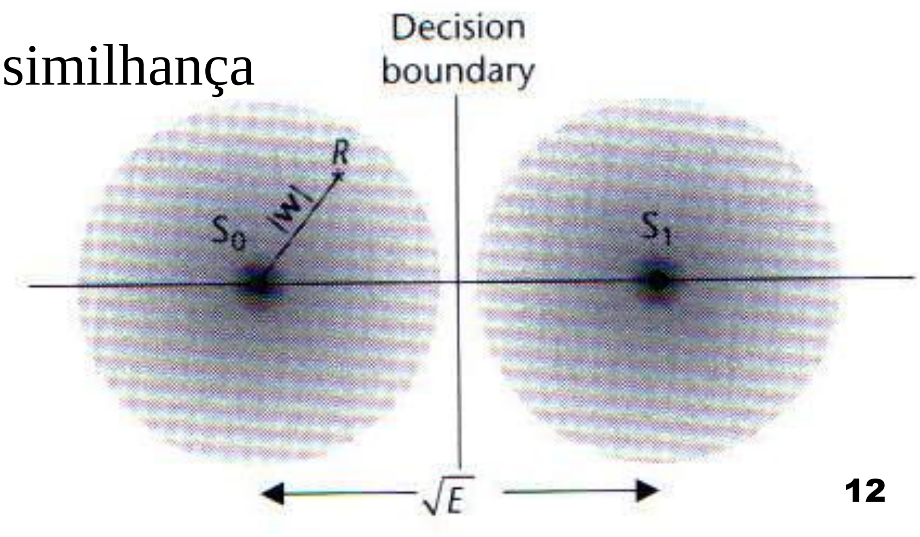
$$\begin{aligned}\int_0^{T_s} r(t)\phi_j(t)\mathrm{d}t &= \int_0^{T_s} [g_i(t) + w(t)]\phi_j(t)\mathrm{d}t \\ &= \int_0^{T_s} g_i(t)\phi_j(t)\mathrm{d}t + \int_0^{T_s} w(t)\phi_j(t)\mathrm{d}t \\ &= s_{ij} + w_j\end{aligned}$$

$$w_j = \int_0^{T_s} w(t)\phi_j(t)\mathrm{d}t$$

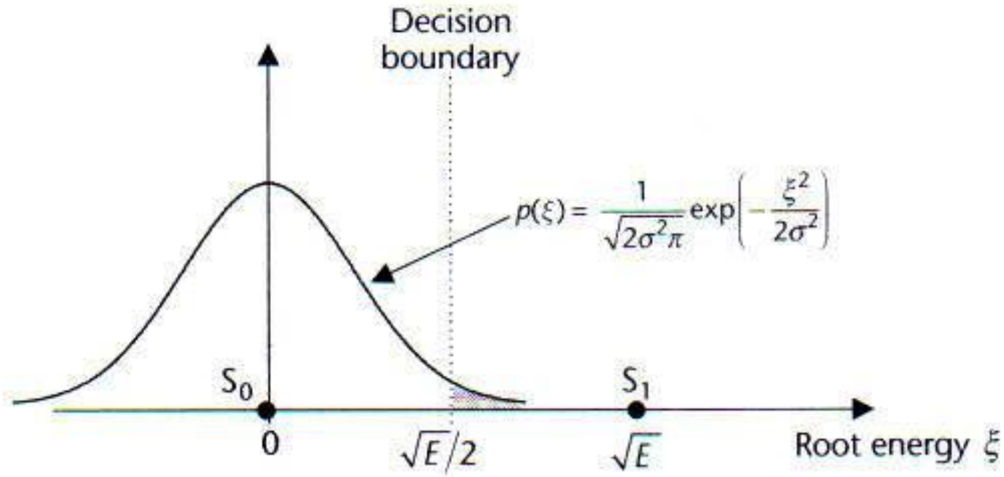
$$\mathbf{r} = \mathbf{s}_i + \mathbf{w}$$

- Regra de decisão: máxima verosimilhança

(*maximum likelihood*)



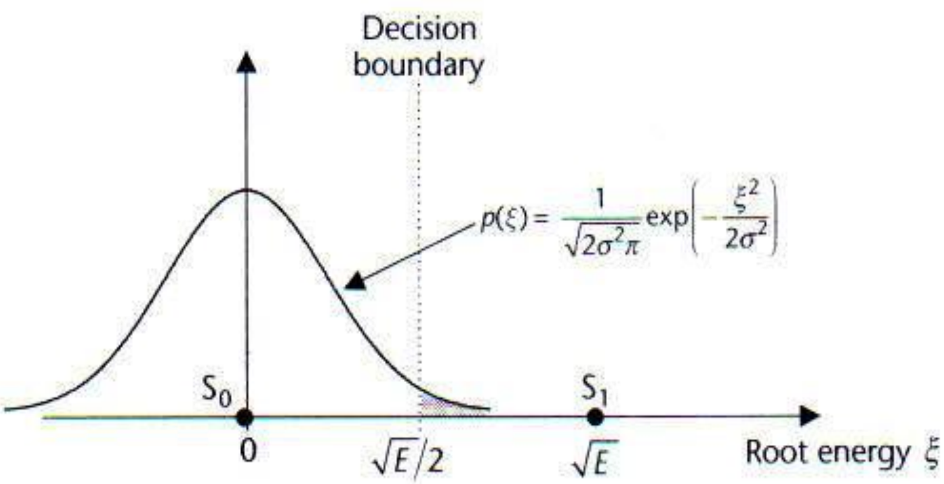
Taxa de erro por bit



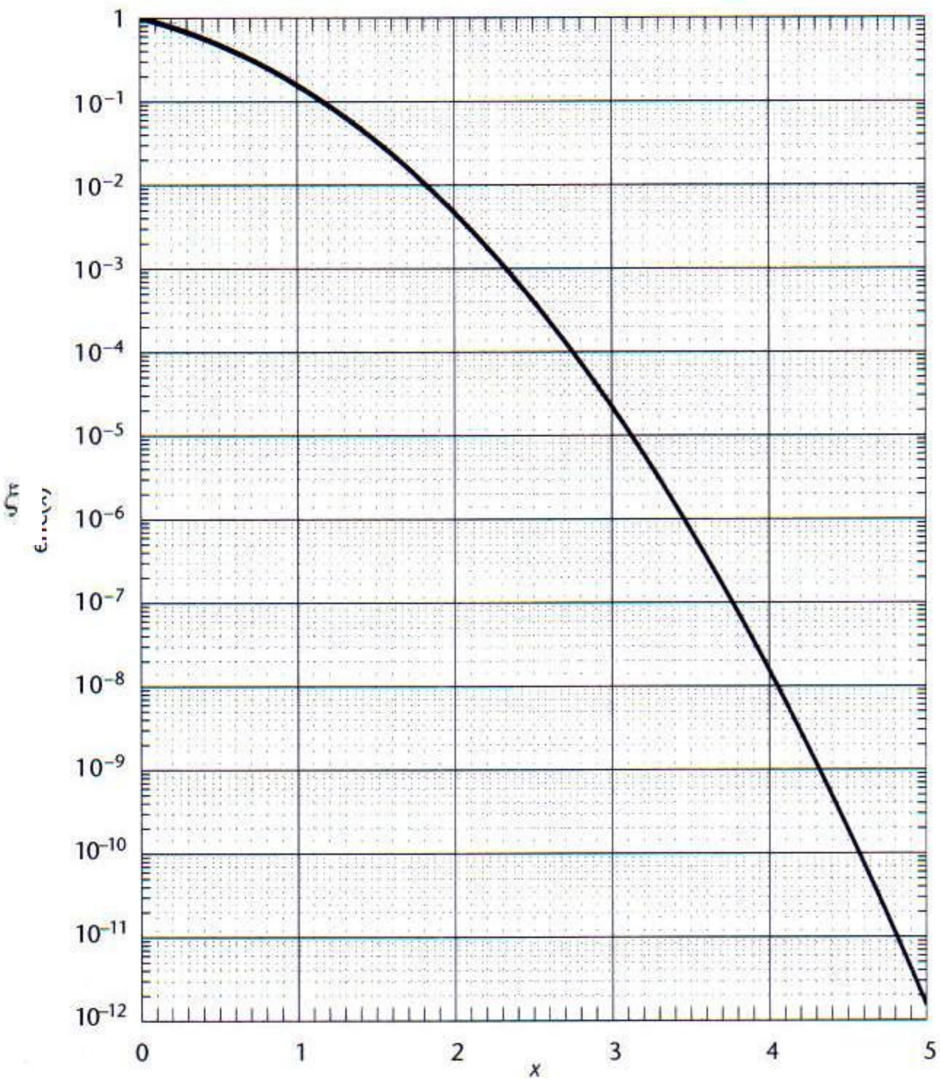
$$P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{E}{N_0}}\right)$$

- Esta expressão demonstra-se e aplica-se assumindo que:
  - a única fonte de degradação do sinal é ruído branco com densidade espectral de potência N_0
  - os dois símbolos transmitidos estão separados pela distância $\sqrt{E}$ no espaço de sinais
- Aplicável aos sistemas de transmissão digital estudados: NRZ, RZ, Bipolar NRZ, Manchester, ASK, PSK e FSK

Erfc – função de erro complementar



$$erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-t^2} dt$$

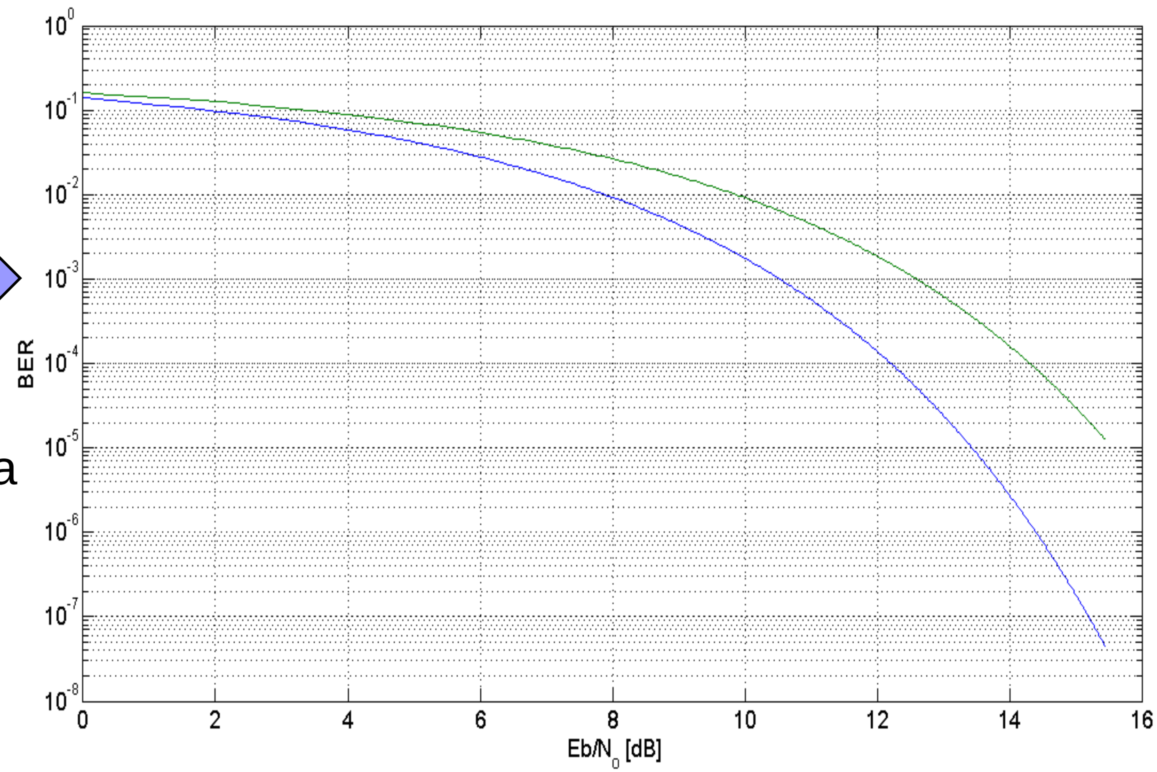


Curvas de BER-Bit Error Rate

Taxa de erros (BER), em função da relação sinal/ruído

- Taxa de erros

- Define a qualidade de Serviço QoS=Quality of Service



- BER = 10^{-3} significa, em média 1 bit errado em cada 1000 bits transmitidos !

- **BER aceitável**

UMTS – voz = 10^{-3}

UMTS – dados = 10^{-6}

WLAN= 10^{-5}

BER – taxa de erro por bit

- Demonstra-se que

$$\mathrm{BER} = \begin{cases} \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right), & \text{ASK, FSK \& UBB} \\ \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right), & \text{PSK, QPSK \& BBB} \end{cases}$$

- Nos códigos M-ários BER = Symbol error rate / $\log_2 M$
- A relação sinal ruído é expressa em unidades lineares

Curvas de BER

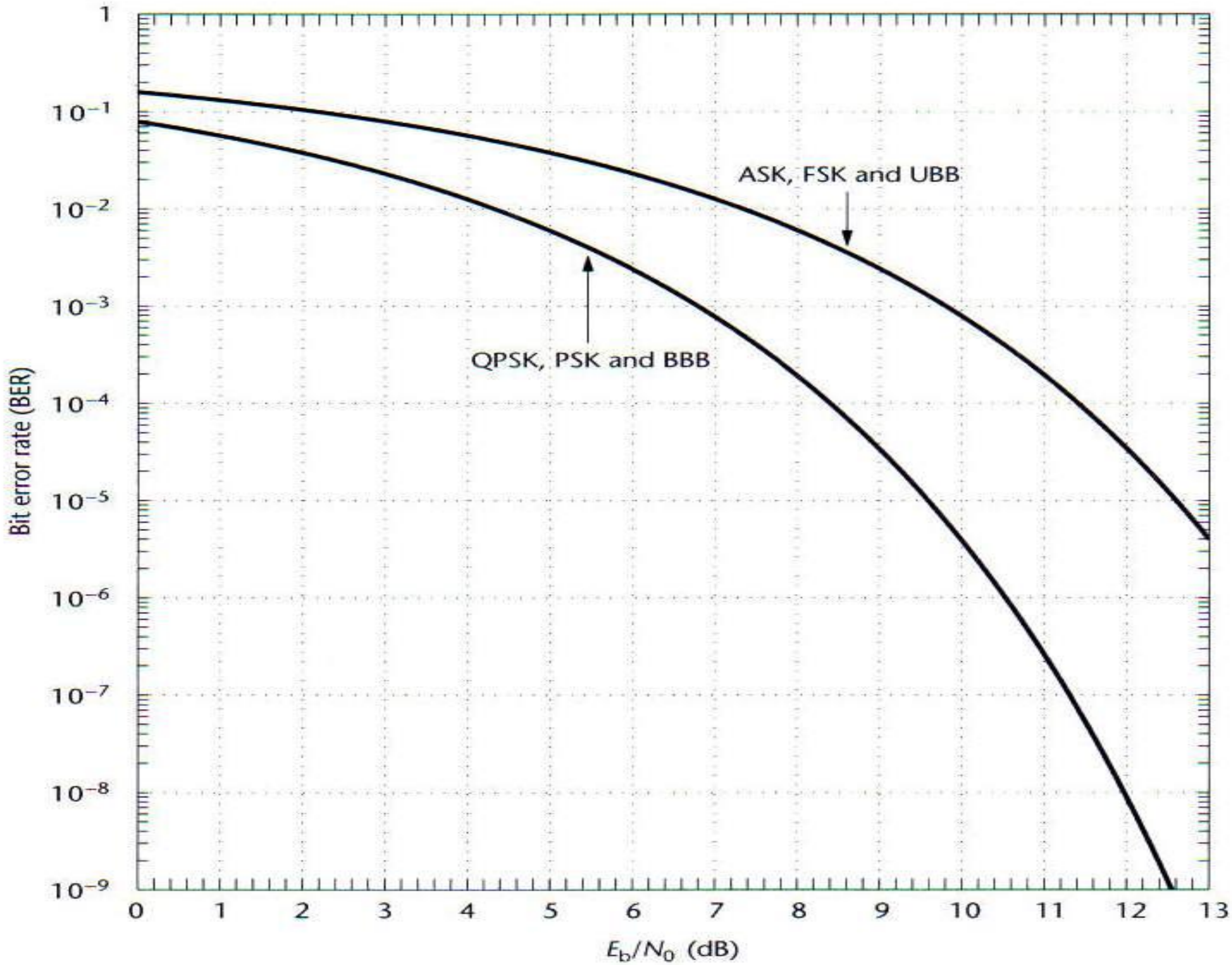
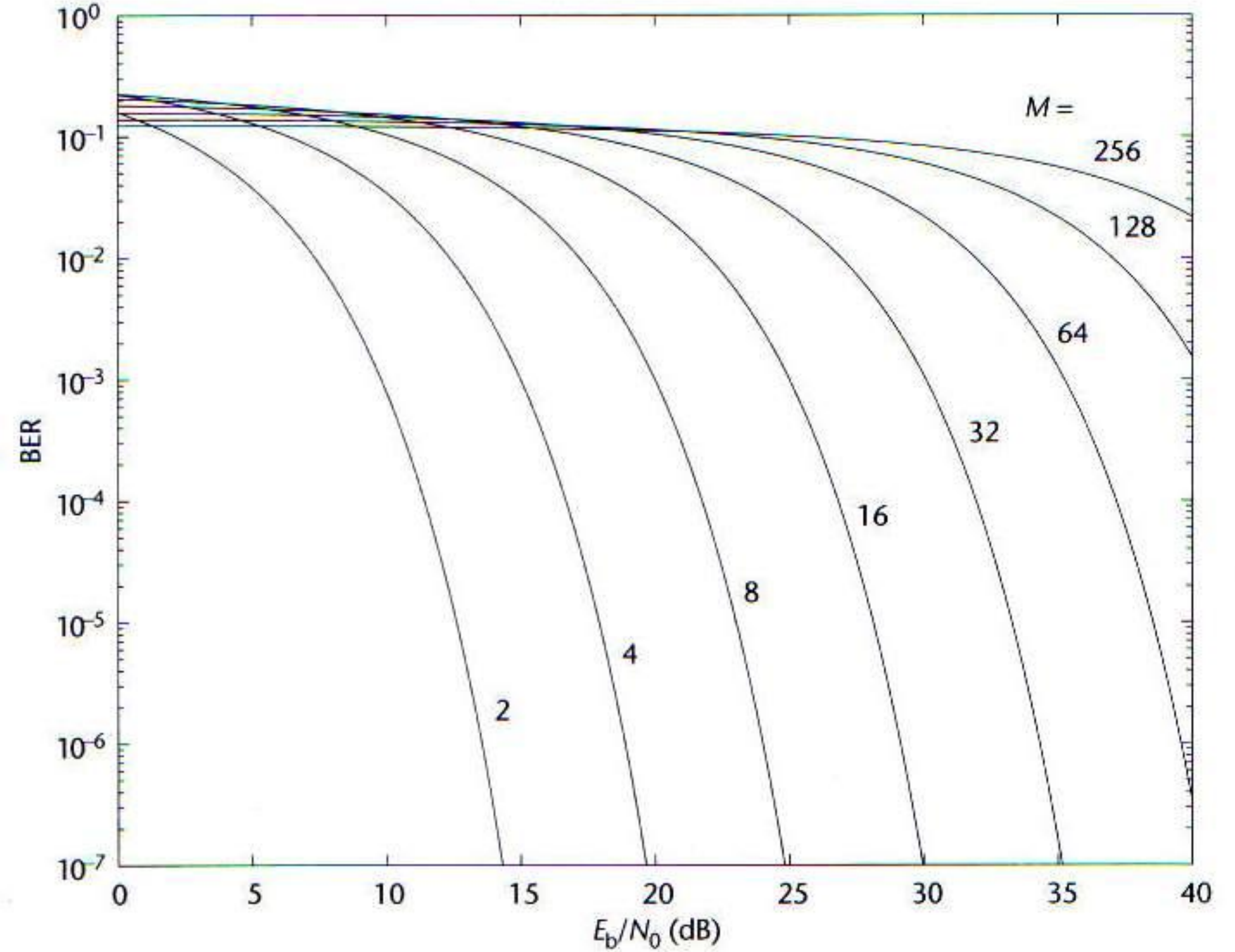


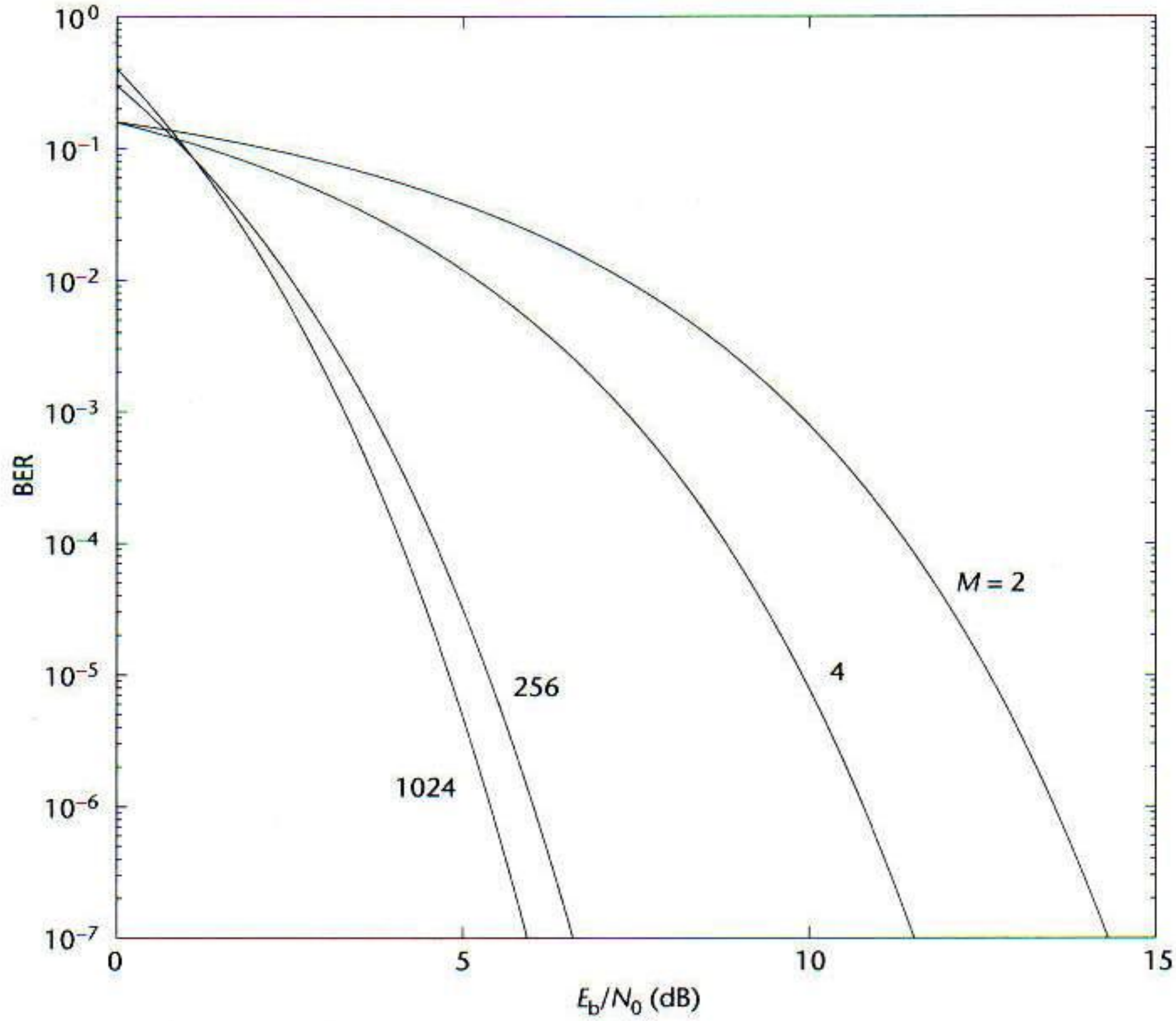
Figure 7.13 Bit error rate of selected digital transmission systems. BBB = bipolar baseband; UBB = unipolar baseband.

BER do M-ASK

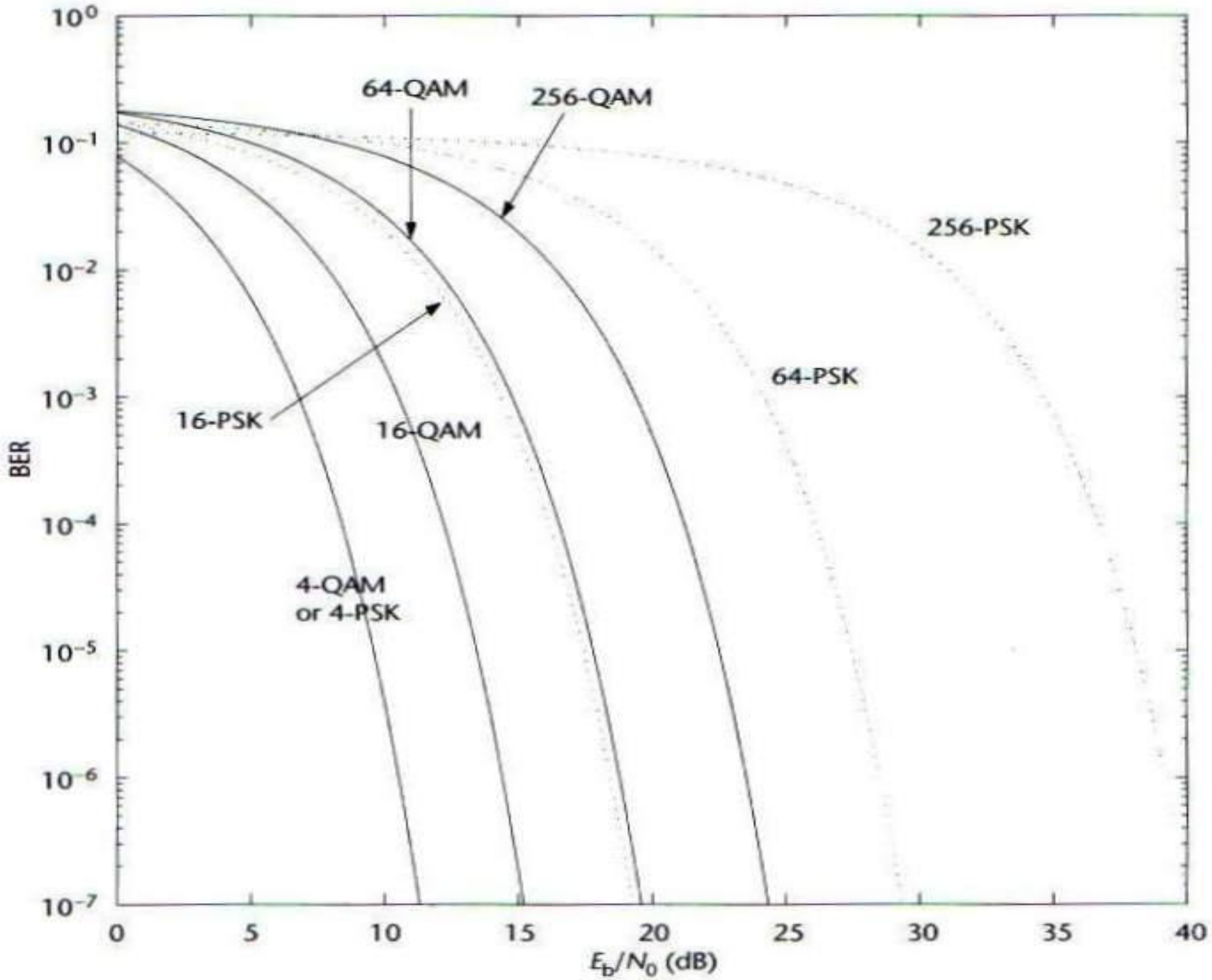


10^0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
BER
0
5
10
15
20
25
30
35
40
E_b/N_0 (dB)
$M =$
256
128
64
32
16
8
4
2

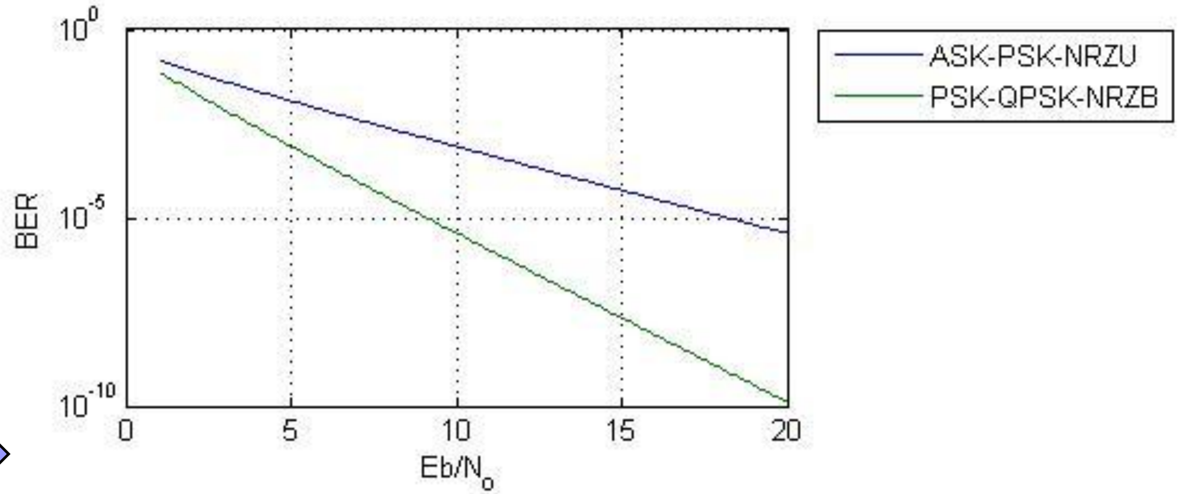
BER do M-FSK



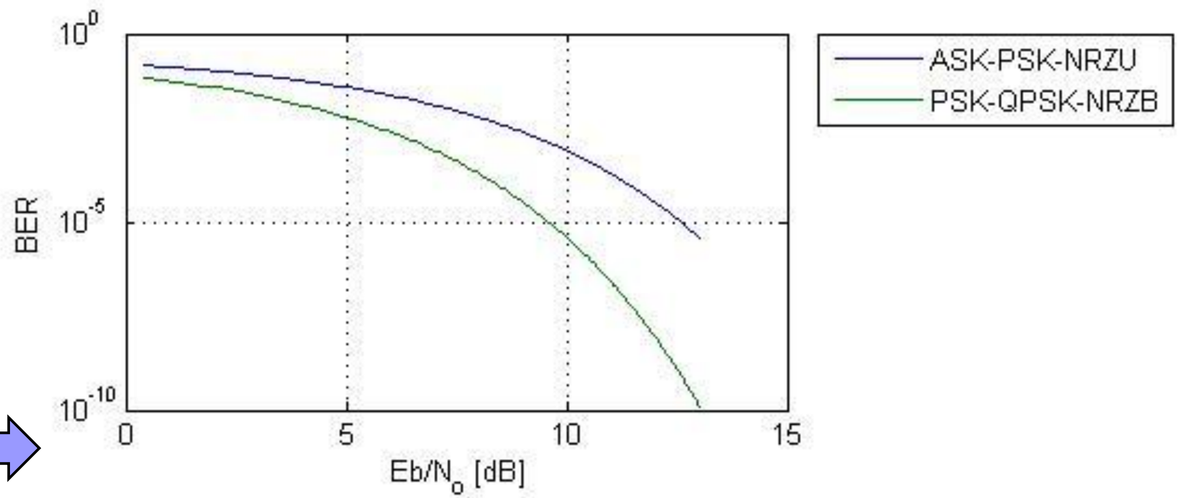
BER do M-QAM vs M-PSK



Curvas de BER

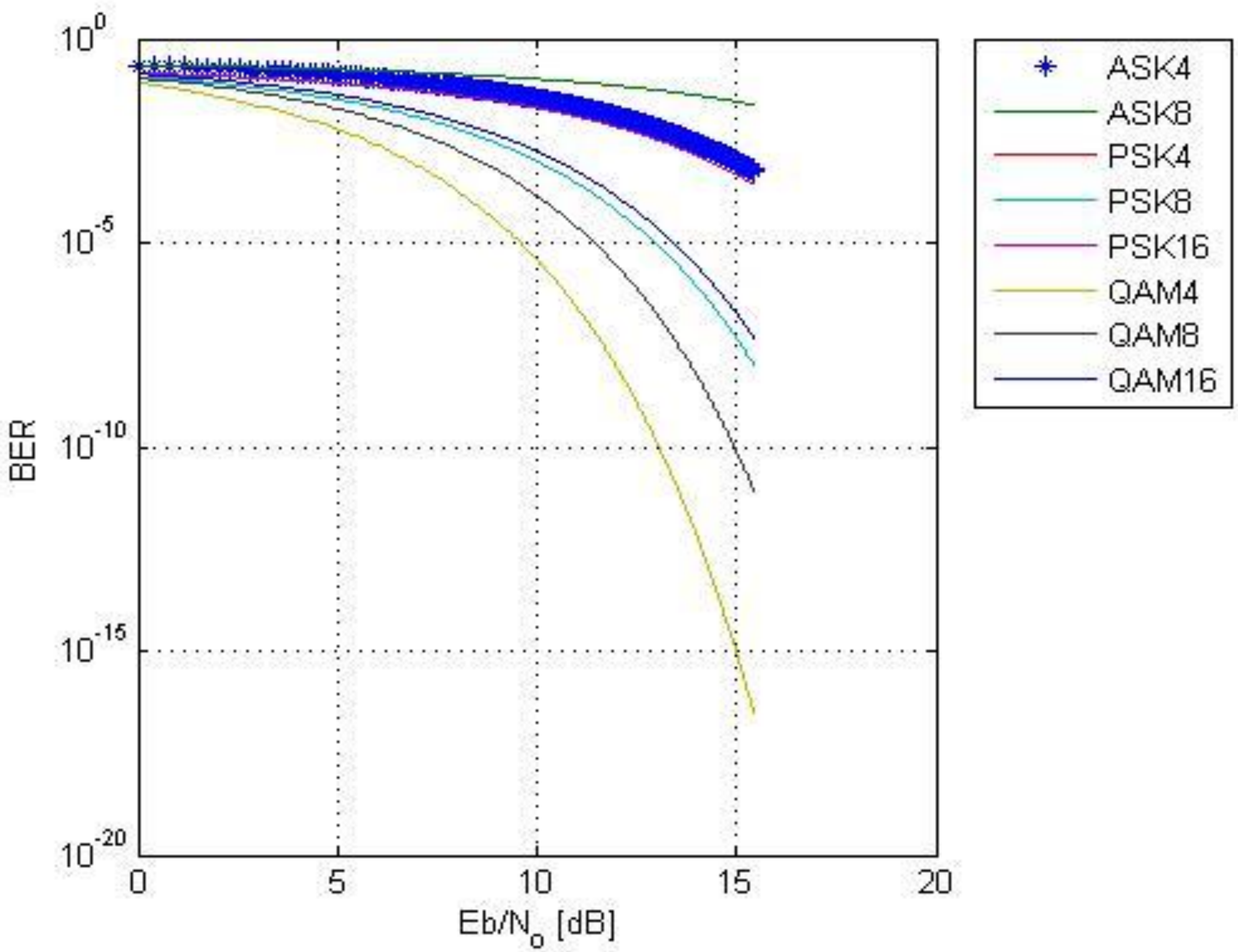


SNR em unidades lineares

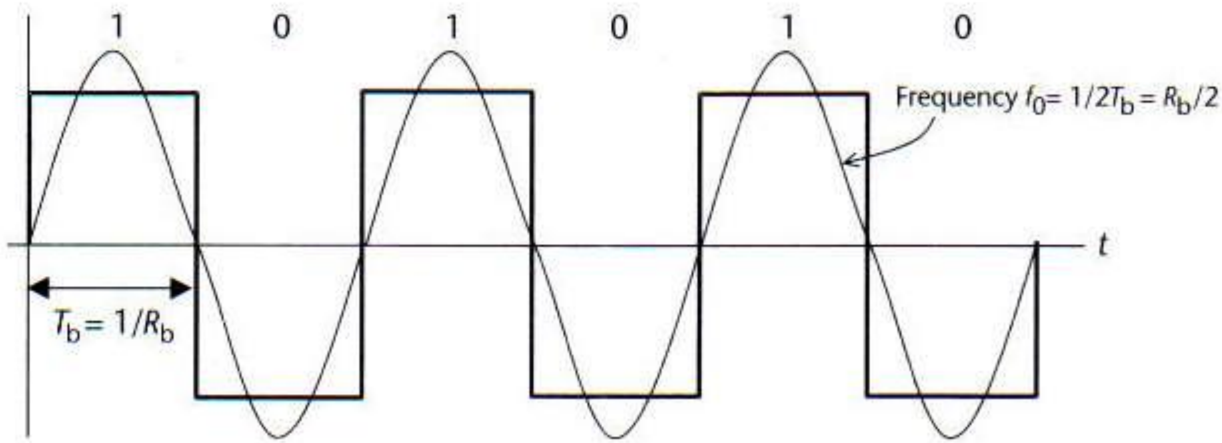


SNR em dB

Curvas de BER



Largura de banda de transmissão mínima



- Largura de banda mínima da sequência é a largura de banda do sinal banda de base modulador $LB_{min} = R_b/2$
  - Todas as outras sequências "mudam" mais lentamente pelo que têm uma frequência fundamental menor
- Largura de banda de transmissão mínima para os sistema de modulação binária

Capacidade de canal

- Ritmo máximo de transmissão de símbolos num canal com largura de banda **B** $R_{s\ max} = 2\ B$
- Maximiza-se o bit rate enviando símbolos com **M** níveis, contendo $\mathbf{log_2(\mathit{M})}$ bits $R_{B\ max} = 2\ B\ \log_2(M)$
- Número de níveis admissíveis $M = \sqrt{\frac{N+S}{N}} = \sqrt{1 + S/N}$
  - onde **S** é a potência do sinal e **N** a potência do ruído
- Lei de Hartley-Shannon $\mathbf{C = B\ log_2(1 + S/N)}$ [bit/seg]
  - onde **C** é a capacidade de canal e **S/N** a relação sinal ruído